Rev.0　2013 年 09 月 14 日
Rev.1　2016 年 07 月 22 日 URL 変更

ATP による
数式の数値計算

ATP の小さな研究室

高橋賢司　著

当研究室のその他の解説書は下記からアクセスできます。
http://atp-emtp-reserch.o.oo7.jp/

序
今回は電気回路のシミュレーションと一味違った、与えられた数式に基づき計算刻み時間ごとに数値計算をする ATP の機能の解説です。

この機能は例えば次式のような数式と各定数値が与えらた場合、この数式、式中の定数値、計算刻み時間、最大計算時間を ATPDraw に入力するだけで計算刻み時間ごとに最大計算時間まで繰り返し数値計算を実行します。

次式は同期発電機の A 相の突発短絡電流瞬時値の式です。式中の記号の説明は本文中で説明しています。

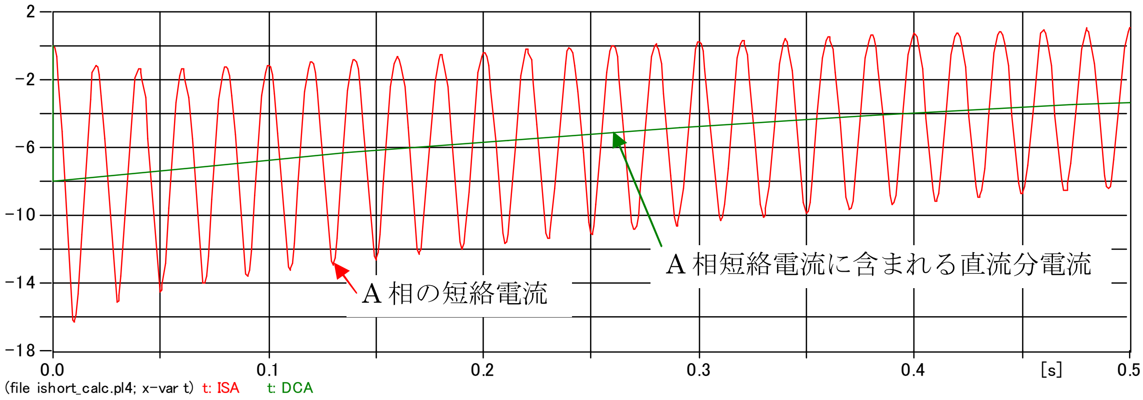
$$i_a = \sqrt{2}\cdot E\cdot\left\{\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_d'}\right)\varepsilon^{-t/T_d''}+\left(\frac{1}{x_d'}-\frac{1}{x_d}\right)\varepsilon^{-t/T_d'}+\frac{1}{x_d}\right\}\sin(\omega\cdot t+\alpha)$$

$$-\sqrt{2}\cdot E\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x_d''}+\frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a}\sin(\alpha)$$

$$-\sqrt{2}\cdot E\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a}\sin(2\omega t+\alpha)$$

計算刻み時間毎の計算結果は ATP に蓄えられ、計算後それらを直ちに ATP の各種プロット用ソフトを使ってプロット表示できます。

例えば下図はi_aの数値計算結果を ATP の付属ソフト PlotXWin でプロットしたものです。
計算結果の数値は、PlotXWin 上で調べたい箇所のプロット波形を拡大し、PlotXWin のカーソルを当てて詳細に読み取ることができます。



この ATP による数式の数値計算機能を使うといろいろな数式を上図のようにプロットできるので、数式の示している内容の理解が容易になります。
手軽に数式の波形を描画できるので描画ツールとしても使えます。
また、式中の定数を変えたときのパラメータサーベイも容易に行えます。各種理論式の Study に便利な機能であると思います。

本稿の ATP の入力データは ATPDraw Version 5.6p6 を使って作成しています。

最後に。
本稿は十分気をつけて作成したつもりですが、力不足で至らぬ点が多々あるかも知れません。
またこの解説書は御自由にご利用して戴いて結構ですが、この解説書により発生したいかなる不具合についても責任は負いかねます。以上の点をご了解の上、御利用ください。

目次

1. 数値計算の作業ステップ

数式の数値計算をさせる作業ステップは次のようになります。
同期発電機の三相突発短絡電流瞬時値計算の式の例で説明します。

1) 数式と数式中の各定数の値を準備します。
   各定数とは(2.1-1)式で言えば式中の各種時定数、各種リアクタンス、電圧E、および突発短絡発生時の電圧位相αを指します。
2) ATPDraw を使い、数式と各定数の値を ATP に入力します。
3) ユーザが望む計算刻み時間と最大計算時間を設定し、ATP に入力します。
4) 数値計算開始コマンドを選択します。計算実行に先立ち、上記 2),3)から入力データの.atp ファイルが ATPDraw によって自動的に生成され、それに従がって計算刻み時間ごとに計算が繰り返し実行されて行きます。計算結果は ATP に保管されます。
5) 計算完了後、ATP に用意されている各種プロットソフトを用いて計算結果をプロット表示します。

2. 計算式、各定数値を準備する

同期発電機が無負荷状態から三相突発短絡した時の各相電機子電流の瞬時値が(2.1-1)～(2.3-1)式で与えられたとします。

2.1 A 相電機子電流i_aの式

$$
\begin{aligned}
i_a &= \sqrt{2}\cdot E\cdot\left\{\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_d'}\right)\varepsilon^{-t/T_d''}+\left(\frac{1}{x_d'}-\frac{1}{x_d}\right)\varepsilon^{-t/T_d'}+\frac{1}{x_d}\right\}\sin(\omega\cdot t+\alpha)\\
&-\sqrt{2}\cdot E\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x_d''}+\frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a}\sin(\alpha)\\
&-\sqrt{2}\cdot E\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a}\sin(2\omega t+\alpha)
\end{aligned}
\qquad (2.1\text{-}1)
$$

(2.1-1)式の一行目から三行目までは短絡電流中に含まれる各種の電流成分を示しています。
一行目は交流基本波電流、二行目は直流電流、三行目は二倍調波の電流を表しています。

さらに一行目の交流基本波電流の式は 1 項目の d 軸短絡初期過渡時定数T_d''で減衰する電流、2 項目の d 軸短絡過渡時定数T_d'で減衰する電流、及び 3 項目の永久短絡電流の 3 成分から成り立っています。

2.2 B 相電機子電流i_bの式

B 相電流なので A 相電流より $2\cdot\pi/3$ 遅れた(2.2-1)式になります。

$$
\begin{aligned}
i_b &= \sqrt{2}\cdot E\cdot\left\{\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_d'}\right)\varepsilon^{-t/T_d''}+\left(\frac{1}{x_d'}-\frac{1}{x_d}\right)\varepsilon^{-t/T_d'}+\frac{1}{x_d}\right\}\sin(\omega\cdot t+\alpha-2\cdot\pi/3)\\
&-\sqrt{2}\cdot E\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x_d''}+\frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a}\sin(\alpha-2\cdot\pi/3)\\
&-\sqrt{2}\cdot E\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a}\sin(2\omega t+\alpha-2\cdot\pi/3)
\end{aligned}
\qquad (2.2\text{-}1)
$$

2.3 C 相電機子電流 i_c の式

$$i_c = \sqrt{2}\cdot E\cdot\left\{\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_d'}\right)\varepsilon^{-t/T_d''}+\left(\frac{1}{x_d'}-\frac{1}{x_d}\right)\varepsilon^{-t/T_d'}+\frac{1}{x_d}\right\}\sin(\omega\cdot t+\alpha-4\cdot\pi/3)$$

$$-\sqrt{2}\cdot E\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x_d''}+\frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a}\sin(\alpha-4\cdot\pi/3)$$

$$-\sqrt{2}\cdot E\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a}\sin(2\omega t+\alpha-4\cdot\pi/3) \qquad (2.3\text{-}1)$$

(2.1-1)～(2.3-1)式で変数は短絡発生後の経過時間の t (sec.)です。
t 以外の記号は全て定数でそれらの意味と値は次のとおり与えられているとします。
また各種リアクタンス、時定数は飽和値であるとします。
この計算で得られる瞬時電流値は P.U.値です。

E	= 電機子各相電圧の値(P.U.値) = 1.0 (P.U.)
x_d''	= d 軸初期過渡リアクタンス値(P.U.) = 0.163 (P.U.)
x_q''	= q 軸初期過渡リアクタンス値(P.U.) = 0.192 (P.U.)
x_d'	= d 軸過渡リアクタンス値(P.U.) = 0.214 (P.U.)
x_d	= d 軸同期リアクタンス値(P.U.) = 1.48 (P.U.)
T_d''	= d 軸短絡初期過渡時定数(sec.) = 0.02 (sec.)
T_d'	= d 軸短絡過渡時定数(sec.) = 1.2 (sec.)
T_a	= 電機子時定数(sec.) = 0.57 (sec)
ω	= 発電機角速度(rad. / sec.) = $2\cdot\pi\cdot f$
α	= 三相突発短絡が発生した時の A 相の電機子電圧の位相です。ここでは A 相電機子電流に直流成分が最大に含まれるように α の値をセットします。(2.1-1)式から直流電流が最大になるのは α が $\pi/2$ (rad.)の時なので $\alpha=\pi/2$ にセットします。

3. ATPDraw を使い数式、定数値を ATP に入力する

数式の数値計算は Rule book Rb-03a.PDF の TACS 機能を使って行います。

今回の数式例では Rule book Rb-03a.PDF の III-E-4 の A) The Algebraic and Logical FORTRAN Expression に従がって、Fortran statements の General のアイコン  の入力窓に与えられた数式、定数値を入力します。
以下このアイコンを General アイコンと称します。

このアイコンに入力した今回の数式の入力例を Fig. 3.3-1 及び Fig. 3.4-1 に示します。
Fig. 3.3-1 は A 相だけの突発短絡電流の入力例、Fig. 3.4-1 は A 相から C 相までの突発短絡電流の入力例です。

General アイコンに入力した数式内容を General アイコンの左側または左上に示しています。
これは General アイコンだけでは何が入力されているか不明のためです。

これらの入力例を見ればおわかりのように通常の数式と同じ形式なので入力は容易です。

+

3.1 General アイコンの呼び出し方法

数式を入力する General アイコンの呼び出しは ATPDraw のキャンバスを開いた状態で、キャンバスの任意の場所を右クリックしてフローティングメニューを表示させ､次のように選択して行って呼び出します。

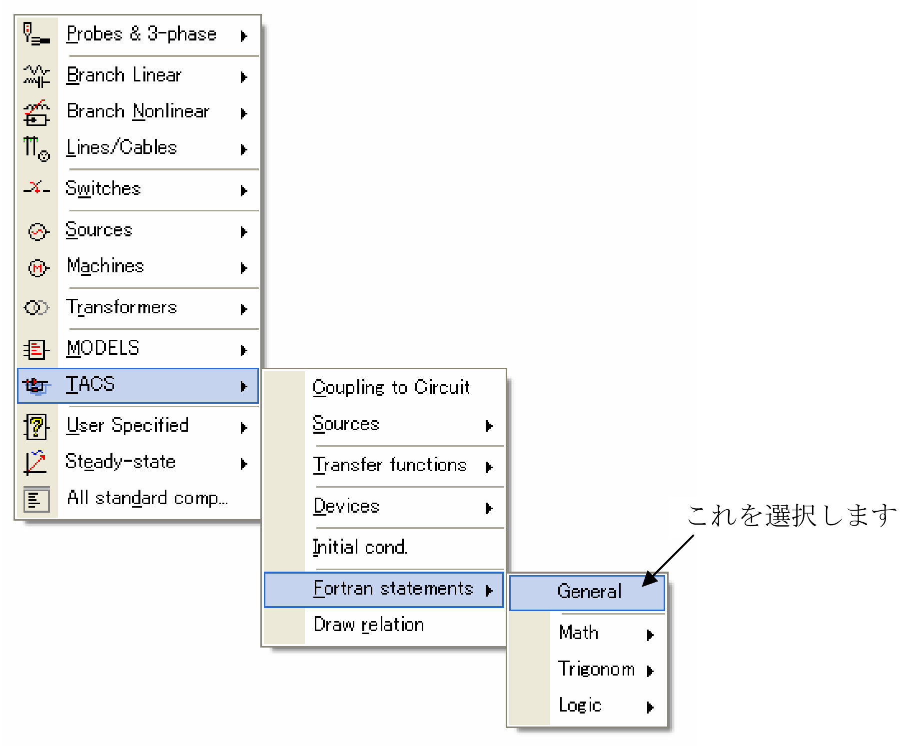
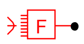


Fig. 3.1-1 数式入力用アイコンの呼び出し

こうして呼び出される General アイコンが  です。

このGeneralアイコンを右クリックすればFig. 3.1-2の如くアイコンが開きます。
数式はFig. 3.1-2の「数式の入力窓」と示した箇所に入力します。
数式を入力し終わったらOKボタンを押し、元のアイコンに戻します。

Fig. 3.1-2図はSUBTRAと名付けた出力を出す数式を入力した例です。

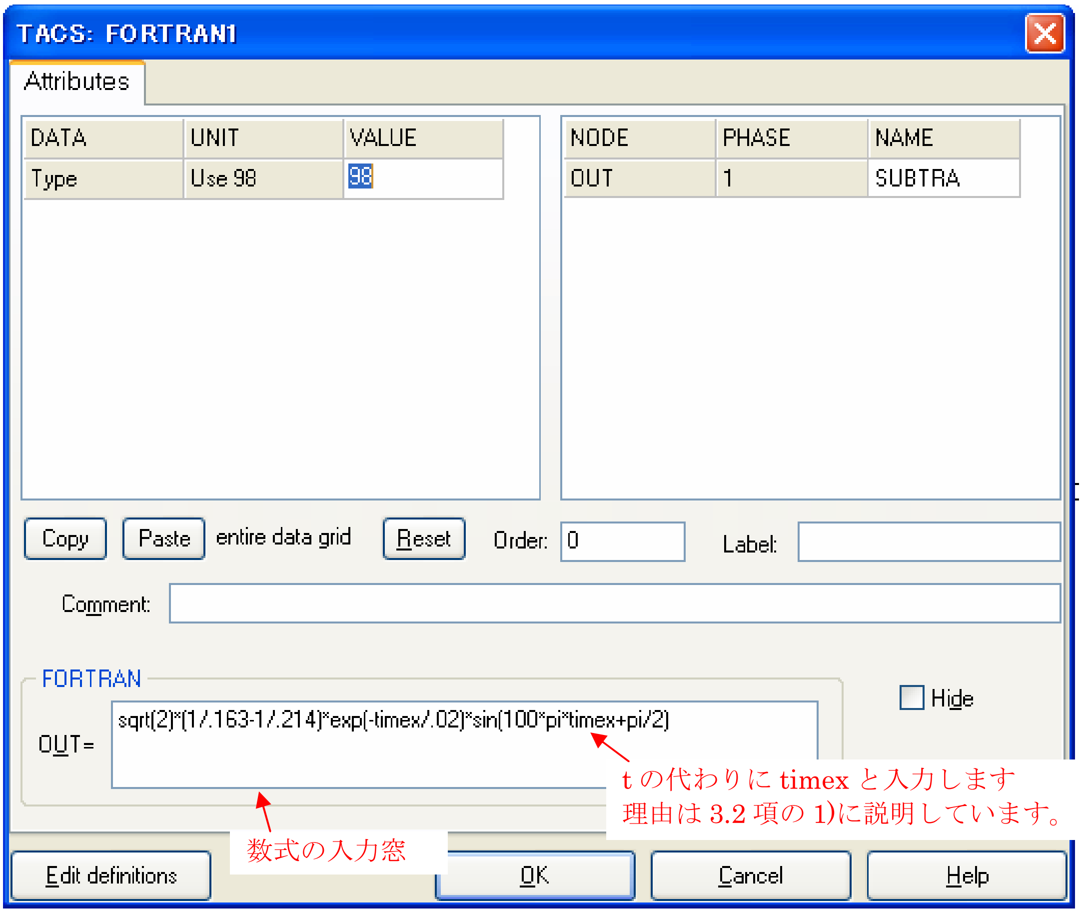


Fig. 3.1-2　Generalアイコンへの数式の入力

3.2 数式入力上の注意点

注意点は次のとおりです。

1) 時間変数 *t* は timex と置き換えて入力します

Fig. 3.1-2でsin関数の変数はtではなく、timexと入力している点に注目願います。
timexと入力することにより、この数式の数値計算を計算刻み時間ごとに離散的に繰り返し計算できるようになります。
計算刻み時間ごとの繰り返し計算は指定した最大計算時間で終了します。

timex を使うことで計算開始から最大計算時間までの数値計算結果をプロット表示することが可能になります。

このtimexはTACSに組まれている一種の信号源で、次の大きさの値になります。
timex = 計算タイムステップ数Istep(1, 2, 3, 4,・・・n)×計算刻み時間delta T(ユーザ指定値)

もしdelta T = 1E-5 (sec.)と指定した場合timexは次の値になり、数式の計算はそれぞれのtimex

値で行われ、最大計算時間で計算は終了します。
$1\cdot E-5,\ 2\cdot E-5,\ 3\cdot E-5$,・・・・, 指定した最大計算時間

(timex の説明は JAUG のパスワード保護サーバ内の Rule book 3a の Section III-E-3 の Resident source に記載があります。)

尚、timex は時間に関して使われるばかりで無く、離散的に計算を行わせたい変数なら何にでも適用できます。例えば変位量に関する数式であれば timex は変位量の計算刻み値として使えます。

2) 各定数値の入力
数式中の全ての定数は Fig. 3.2-1 のごとく、その定数の値として与えられている数値で入力します。
x_d'' を入力する場合の例で言うと、$x_d''=0.163$ (P.U.) と与えられているので x_d'' と入力するのではなく、 0.163 と数値で入力します。

3) 入力する数式の長さに関する制限
一行の長さは最大で 80 カラムです。これを超えるとエラーになるので超えないようにします。
また入力する数式は一行で完結させます(改行して数式を複数行に亘って入力することはできないようです)。

例えば Fig. 3.2-1 のごとく General アイコンに数式を入力したとします。

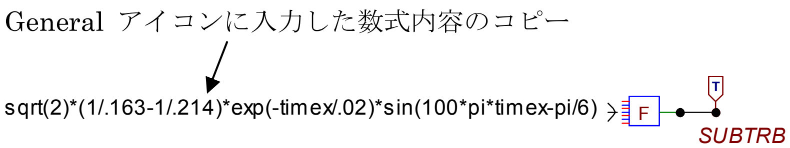


Fig. 3.2-1 数式の入力例

ATP はこの入力式を Fig. 3.2-2 の如く解釈します。Fig. 3.2-2 は計算に先立ち ATPDraw で自動生成される .atp ファイルの当該部分のコピーです。
下記の青の部分はカラム数をわかりやすくするために筆者が追加したものです。

入力式の最後部は 73 カラムで制限範囲内の 80 カラム内に収まっているのでこの式は問題なく計算されます。

数式を入力できる範囲

```
C        1         2         3         4         5         6         7         8
C 345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
98SUBTRB  =sqrt(2)*(1/.163-1/.214)*exp(-timex/.02)*sin(100*pi*timex-pi/6)
```

Fig. 3.2-2 入力数式を ATP が解釈した内容

数式を入力できる範囲は Fig. 3.2-2 からわかるように等号の次の 12 カラムから 80 カラムまでです。したがって数式入力用として実質使えるカラム数は 80-12=68 カラム以内です。この制限を越えて入力するとエラーになります。

それでは複雑な式には使えないと思われるかも知れません。でも大丈夫です。なぜなら
長い数式の場合は Nesting 機能を使って、更に数式を短くできるからです。

この１例を第８項に示しています。

3.3 A 相突発短絡電流瞬時値計算用の Project file 例

ATPDraw で作成した図(以下 Project file と称します。Project file の拡張子は .acp です。)を Fig. 3.3-1 に示します。

出力波形を計算後に見るために各 General アイコンの出力側に TACS probe を取り付け、ユーザが望むわかりやすい出力名を朱記文字のごとく付けておきます。
これらの出力名のつけ方は８桁以内の任意のアルファベットと数字から成る名前にします。

これらの出力名は以下の説明では変数名と改称します。これは出力名を他の数式の入力変数として使えるためです。この機能は Nesting 機能と言います。Nesting 機能の詳細は第 8 項で説明しています。

尚、Fig. 3.3-1 の変数名は次の意味合いで付けています。

SUBTRA は A 相の d 軸短絡初期過渡(Sub transient)時定数で減衰する交流電流成分。
TRA は A 相の d 軸短絡過渡(transient)時定数で減衰する交流電流成分。
STDYA は A 相の永久(Steady state)交流短絡電流
DBLA は A 相の二倍調波(Double frequency)の短絡電流
DCA は A 相の直流(DC Current)分電流
ACFA は A 相の基本波の交流(AC Fundamental)短絡電流
ACA は A 相の直流分を除く全交流分(AC)の短絡電流
ISA は A 相の実際に観察される短絡電流(I SHORT)

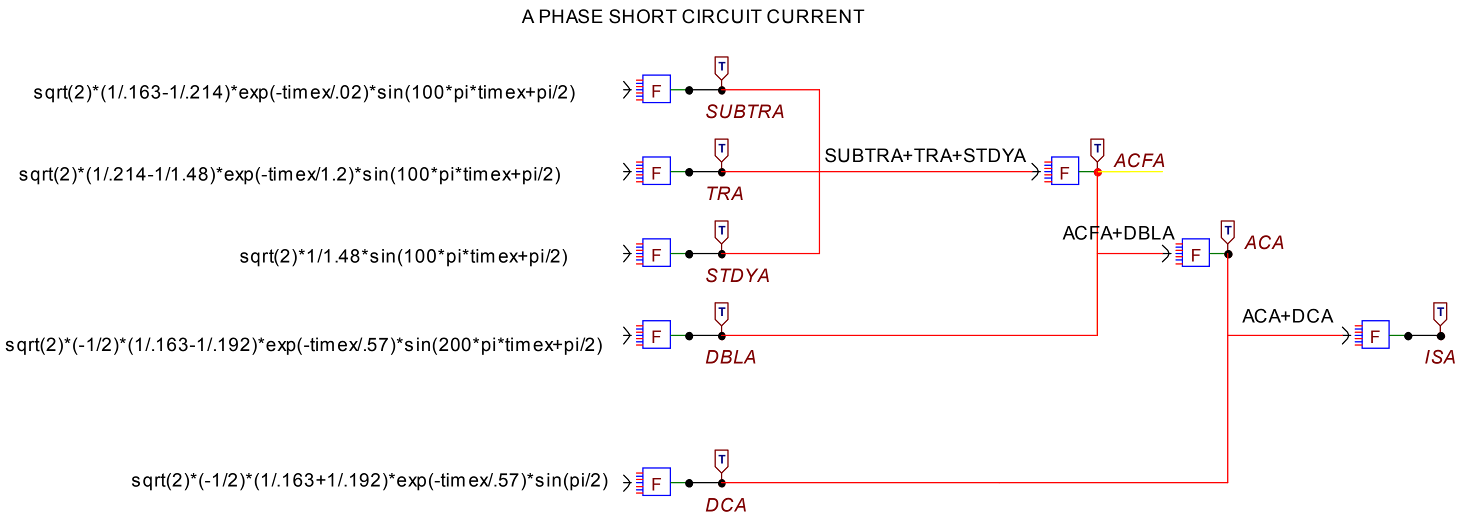


Fig. 3.3-1　A 相短絡電流計算用の Project file

入力した内容をコピーして Fig.3.3-1 のごとく General アイコンの近傍に貼り付けておくと後でレビューが容易になります。

3.4 完成した Project file

完成した三相突発短絡電流の瞬時値計算用 Project file を Fig. 3.4-1 に示します。
Fig. 3.4-1 は ishort_calc.acp のコピーです。
ishort_calc.acp はこの解説書と共にアップデートしています。

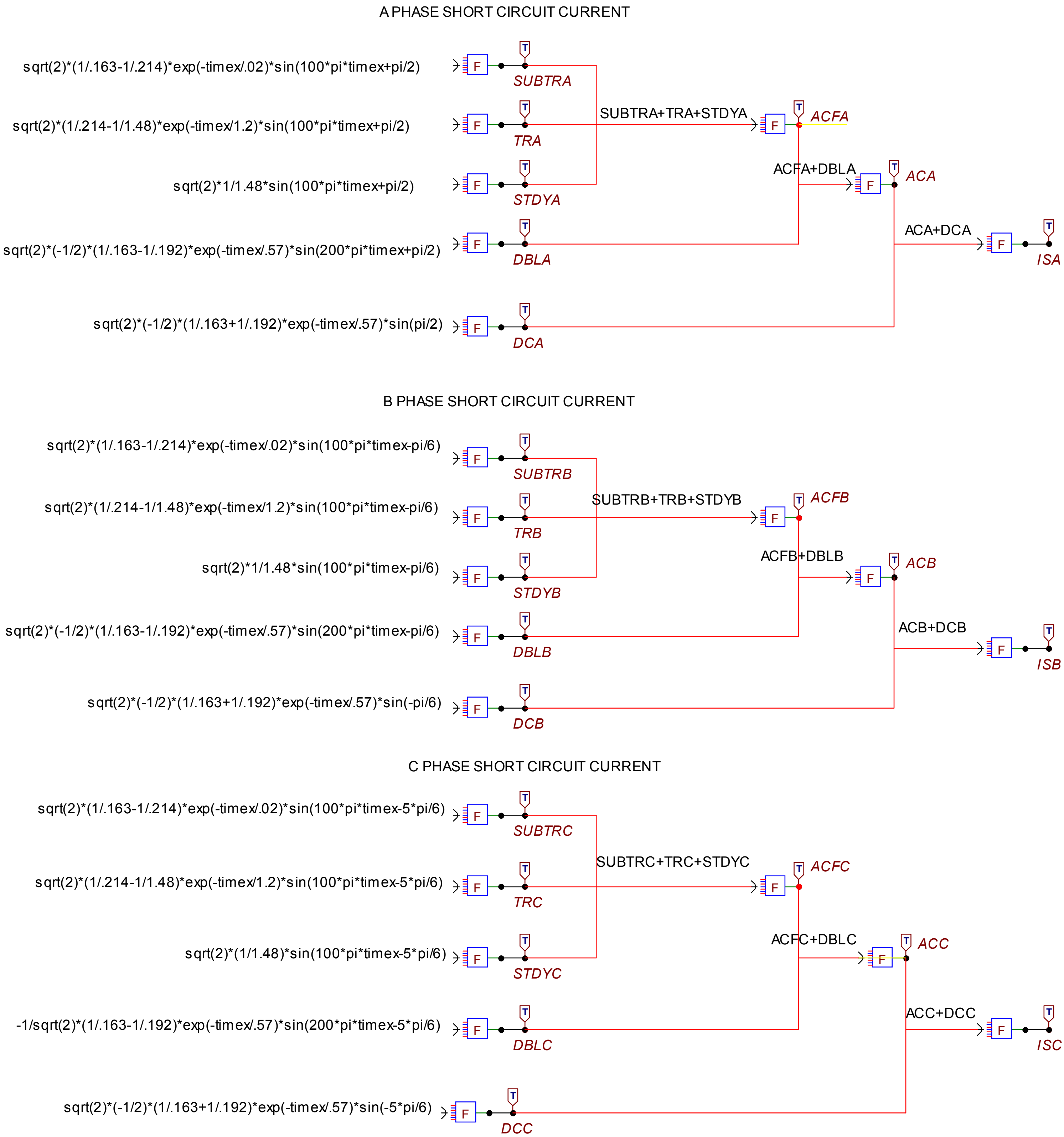


Fig. 3.4-1　三相突発短絡電流の瞬時値計算用の Project file

Fig. 3.4-1 で DBLC の数式が DBLA 又は DBLB と見かけ上、少し異なっていますが、DBLC は DBLA 又は DBLB と同じ形で表現すると 80 カラム以内に入りきらないため、DBLC の数式を等価変形しているためです（Nesting 機能を使って数式を短くしてしまえばこの変形の手間は省けます)。

ATPDraw へ数式入力が終わったら適当なファイル名前をつけて保存します。

4. 計算刻み時間と最大計算時間の設定

ATPDraw のメニューから ATP→Settings を選択します。
ATP Settings の窓が開くので計算刻み時間 delta T と、最大計算時間 Tmax の箇所へ望む数値で上書き入力します。
ここで入力する delta T で timex の値が決定されることになります。
timex = 計算タイムステップ数 Istep(1, 2, 3, 4,・・・n)×計算刻み時間 delta T(ユーザ指定値)となるためです。

Fig. 4-1 は ishort_calc.acp の計算刻み時間 delta T と最大計算時間 Tmax を示しています。

この Window に示されているその他のタグ(Output, Format, Switch/UM, Load flow, Variables)の内容はデフォルトの値のままにしておきます。

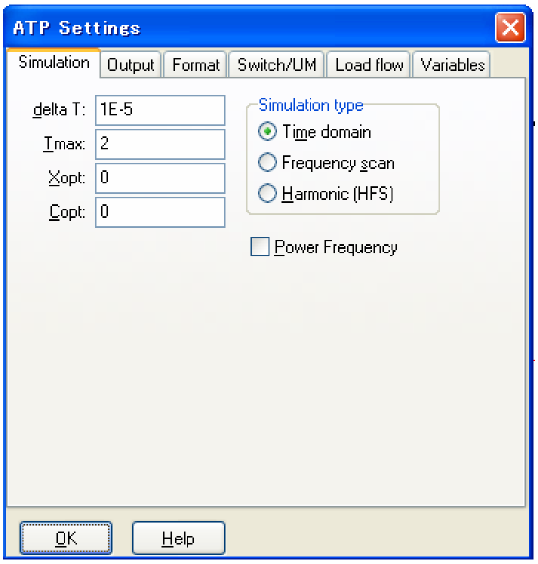


Fig. 4-1 計算刻み時間と最大計算時間の入力値

この計算刻み時間と最大計算時間の設定の仕方は他の数式の計算でも同様なので以降説明は省略しています。

5. 数値計算を実行させる

ishort_calc.acp の Project file を開いた状態で、ATPDraw のメニューバーの ATP を選択し、開くプルダウンメニューの上から二つ目の Run ATP をクリックします。
すると DOS 窓が開いて ishort_calc.atp のファイルが ATPDraw から自動的に生成され、入力に誤りが無ければ、この ishort_calc.atp に基づき、計算が自動的に開始されます。

計算完了後いずれかのキーを押して DOS 窓を閉じます。

ATPDraw で自動生成された ishort_calc.atp のファイルコピーを Fig. 5-1 に示します。
入力したのは数式と定数値、計算刻み時間それに最大計算時間だけです。　それ以外は ATPDraw が自動的に作成してくれているため、人間系で入力する量はかなり少ないです。

この数式の数値演算例では TACS の機能だけを使っていて電気回路は一切無いので、TACS STAND ALONE の宣言の入力が必要ですが、ishort_calc.atp の上から 11 行目の如くこの宣言も自動的に入ります。

```
BEGIN NEW DATA CASE
C --------------------------------------------------------
C Generated by ATPDRAW  8月, 日曜日 4, 2013
C A Bonneville Power Administration program
C by H. K. H・dalen at SEfAS/NTNU - NORWAY 1994-2009
C --------------------------------------------------------
C  dT  >< Tmax >< Xopt >< Copt >
   1.E-5      2.
     500       1       1       1       1       0       0       1       0
/TACS
TACS STAND ALONE
98SUBTRA  =sqrt(2)*(1/.163-1/.214)*exp(-timex/.02)*sin(100*pi*timex+pi/2)
98TRA     =sqrt(2)*(1/.214-1/1.48)*exp(-timex/1.2)*sin(100*pi*timex+pi/2)
98STDYA   =sqrt(2)*1/1.48*sin(100*pi*timex+pi/2)
98ACFA    =SUBTRA+TRA+STDYA
98DCA     =sqrt(2)*(-1/2)*(1/.163+1/.192)*exp(-timex/.57)*sin(pi/2)
98DBLA    =sqrt(2)*(-1/2)*(1/.163-1/.192)*exp(-timex/.57)*sin(200*pi*timex+pi/2)
98ISA     =ACA+DCA
98SUBTRB  =sqrt(2)*(1/.163-1/.214)*exp(-timex/.02)*sin(100*pi*timex-pi/6)
98TRB     =sqrt(2)*(1/.214-1/1.48)*exp(-timex/1.2)*sin(100*pi*timex-pi/6)
98STDYB   =sqrt(2)*1/1.48*sin(100*pi*timex-pi/6)
98ACFB    =SUBTRB+TRB+STDYB
98DCB     =sqrt(2)*(-1/2)*(1/.163+1/.192)*exp(-timex/.57)*sin(-pi/6)
98DBLB    =sqrt(2)*(-1/2)*(1/.163-1/.192)*exp(-timex/.57)*sin(200*pi*timex-pi/6)
98ACC     =ACFC+DBLC
98SUBTRC  =sqrt(2)*(1/.163-1/.214)*exp(-timex/.02)*sin(100*pi*timex-5*pi/6)
98TRC     =sqrt(2)*(1/.214-1/1.48)*exp(-timex/1.2)*sin(100*pi*timex-5*pi/6)
98STDYC   =sqrt(2)*(1/1.48)*sin(100*pi*timex-5*pi/6)
98ACFC    =SUBTRC+TRC+STDYC
98DCC     =sqrt(2)*(-1/2)*(1/.163+1/.192)*exp(-timex/.57)*sin(-5*pi/6)
98DBLC    =-1/sqrt(2)*(1/.163-1/.192)*exp(-timex/.57)*sin(200*pi*timex-5*pi/6)
98ISC     =ACC+DCC
98ACA     =ACFA+DBLA
98ACB     =ACFB+DBLB
98ISB     =ACB+DCB
33SUBTRA
33TRA
33STDYA
33ACFA
33DCA
33DBLA
33ISA
33SUBTRB
33TRB
33STDYB
33ACFB
33DCB
33DBLB
33ACC
33SUBTRC
33TRC
33STDYC
33ACFC
33DCC
33DBLC
33ISC
33ACA
33ACB
33ISB
```

```
C        1         2         3         4         5         6         7         8
C 345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
/BRANCH
C < n1 >< n2 ><ref1><ref2>< R  >< L  >< C  >
C < n1 >< n2 ><ref1><ref2>< R  >< A  >< B  ><Leng><><>0
/OUTPUT
BLANK TACS
BLANK BRANCH
BLANK SWITCH
BLANK SOURCE
BLANK OUTPUT
BLANK PLOT
BEGIN NEW DATA CASE
BLANK
```

Fig. 5-1　ishort_calc.atp のコピー

6. 計算結果をプロット表示させる

PlotXWin を使ってプロット表示させる場合を例に取り説明します。
ishort_calc.atp を開いている状態で Fig. 6-1 の如く PlotXY を選択します。

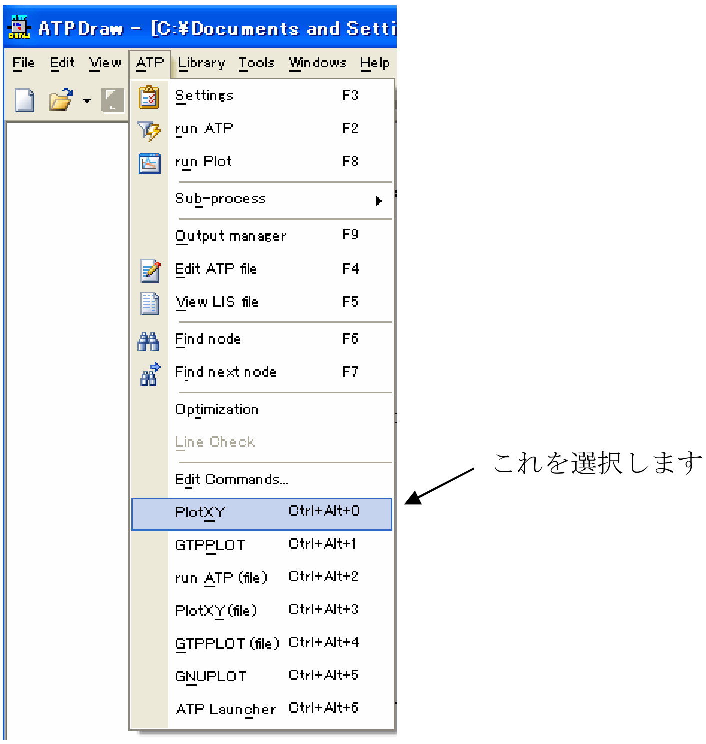


Fig. 6-1 Plot 表示の要求

PlotXWin が Fig. 6-2 のごとく立ち上がります。
PlotXY を選択したにもかかわらず PlotXWin が立ち上がるのは最初の頃名前が PlotXY で、その後 PlotXWin に変更になった経緯の過程で訂正しきれていないためのようです。

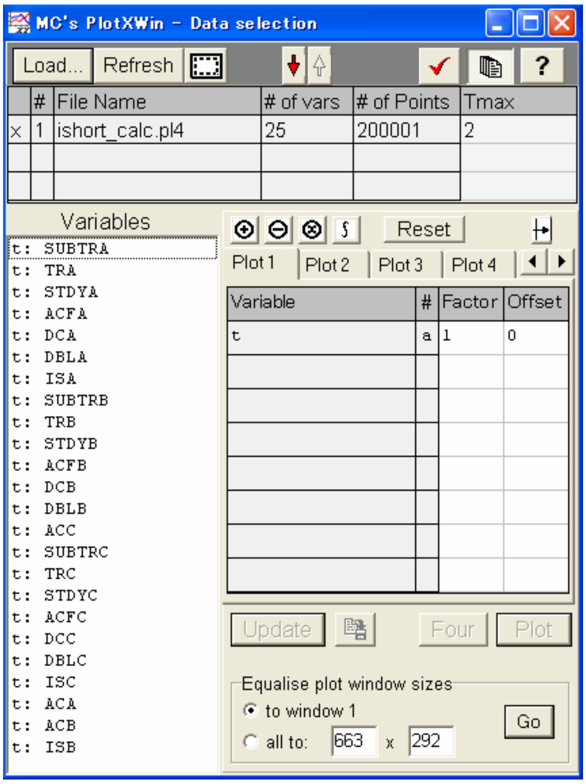


Fig. 6-2 PlotXWin の立ち上がり画面

7. 数値計算結果と考察

以下に計算結果と短絡電流について簡単な考察を示します。
その前に PlotXWin 上から計算値を読み取る方法について簡単に説明しておきます。

7.1 PlotXWin 上で計算値を読み取る方法

プロット波形の任意の時刻の計算値を読み取るには PlotXWin 上で当該波形上でマウスを左クリックしたままで読み取りたい微小部分をドラッグして囲みます。するとその部分が拡大表示されるので、PlotXWin のカーソル(Fig. 7.1-1 を参照願います)を望む箇所に当て、計算値を読み取ることができます。
この拡大操作を必要により複数回行えば十分大きく拡大でき、計算値を詳細に読み取れます。

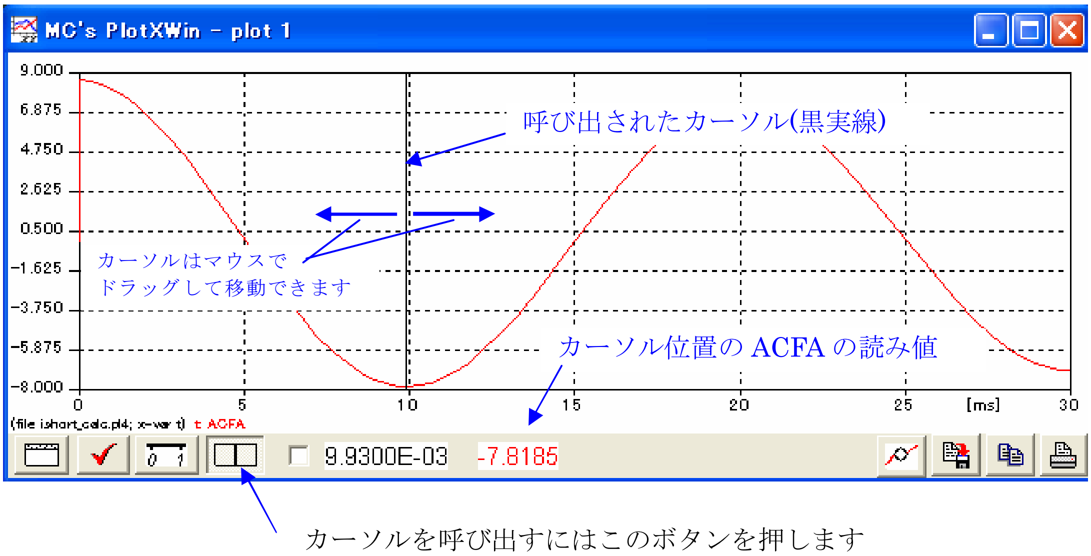


Fig. 7.1-1 カーソルによる計算値の読み取り

7.2 .lis ファイルから最大、最小値を読み取る方法

計算結果の最大値、最小値だけを知るなら以下の方法があります。
ishort_calc.lis を開き time step roop 計算の最後に Fig. 7.2-1 に示すように計算結果の最大値、最小値がリストアップされているのでこれらから知ることができます。

1 例として ACFA に関する箇所に 印をつけておきます。　説明は次頁にあります。

```
 Column headings for the  24   EMTP output variables follow.  These are divided among the 5 possible classes as follows ....
   Next   24     output variables belong to TACS (with "TACS" an internally-added upper name of pair).
    Step      Time       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS
                         SUBTRA     TRA        STDYA      ACFA       DCA        DBLA       ISA        SUBTRB     TRB        STDYB

                         TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS       TACS
                         ACFB       DCB        DBLB       ACC        SUBTRC     TRC        STDYC      ACFC       DCC        DBLC

                         TACS       TACS       TACS       TACS
                         ISC        ACA        ACB        ISB
      0        0.0          0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0
                            0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0
                            0.0        0.0        0.0        0.0
     500      .005  .18075E-13 .63188E-13 .10726E-13  .9199E-13 -7.9508749 .649508092 -7.3013668 1.39457157 4.87522076 .827530319
                    7.09732265 3.97543746 -.32475405 -7.4220767 -1.3945716 -4.8752208 -.82753032 -7.0973226 3.97543746 -.32475405
                    -3.4466392 .649508092  6.7725686 10.7480061
    1000       .01  -1.2541127 -5.6060129  -.9555497 -7.8156753 -7.8814354 -.64383557 -16.340946 .627056335 2.80300646 .477774852
                    3.90783765  3.9407177 .321917784 4.22975543 .627056335 2.80300646 .477774852 3.90783765  3.9407177 .321917784
                    8.17047313 -8.4595109 4.22975543 8.17047313
```

この間は time step roop の計算結果が表示されていますが省略します

```
 499000       4.99    -.91E-108 -.08837552  -.9555497 -1.0439252 -.00126544 -.10337E-3  -1.045294  .455E-108 .044187762 .477774857
                    .521962619 .632722E-3 .516872E-4 .522014295  .455E-108 .044187761 .477774847 .521962608 .632722E-3 .516872E-4
                    .522647017 -1.0440286 .522014306 .522647028
 499500      4.995  -.444E-116 -.55109E-9 -.59835E-8 -.65346E-8 -.00125439 .102471E-3 -.00115193 -.614E-108 -.07621721 -.82753032
                    -.90374753 .627196E-3 -.51236E-4 .903696299 .6137E-108 .076217214 .827530321 .903747535 .627196E-3 -.51236E-4
                    .904323495 .102465E-3 -.90379876 -.90317157
  % % % % % %   Final time step,  PLTFIL  dumps plot data to ".PL4" disk file.
  Done dumping plot points to C-like disk file.
 500000        5.0  .5519E-108  .08764212 .955549704 1.04319182 -.00124344 -.10158E-3 1.04184681 -.276E-108 -.04382106 -.47777486
                    -.52159592 .621719E-3 .507883E-4 -.52154512 -.276E-108 -.04382106 -.47777485 -.52159591 .621719E-3 .507883E-4
                     -.5209234 1.04309025 -.52154513 -.52092341

 Extrema of output variables follow.   Order and column positioning are the same as for the preceding time-step loop output.
 Variable maxima :  2.06663845 5.65284988 .955549704 8.67503332        0.0 .649508092 1.98254541 1.50036174 5.62162572  .95554918
                    8.06262731 4.01039276 .645723244 8.02003521 1.07505711 5.59047534  .95554918 7.60981673 4.01039276 .653319422
                    11.9408921 8.01982716 8.42256287 12.3843902
 Times of maxima :        .1E-4      .1E-4        .02      .1E-4        0.0       .005       1.28     .00616     .00666    4.98667
                         .00657      .1E-4     .00833     .01288     .01283     .01332    3.99333     .01326      .1E-4     .00166
                         .01288      .1E-4     .00696     .00695
 Variable minima :  -1.2700296  -5.606032  -.9555497 -7.8186257 -8.0207855 -.65520616  -16.34426 -1.0276965 -5.5749735 -.95554918
                    -7.4307955        0.0  -.6514124 -8.0663048 -1.7724695 -5.6372573 -.95554918 -8.3482334        0.0 -.64761361
                    -4.0818419 -8.4618004  -7.234118 -3.3350871
 Times of minima :        .0095     .00999        .01     .00991      .1E-4      .1E-4     .00992      .1E-4     .01666    4.99667
                          .0166        0.0     .00333      .0037     .00283     .00332    3.98333     .00322        0.0     .00666
                         .00371     .00993     .01606     .01607
```

Fig. 7.2-1　.lis ファイルから最大値、最小値を読み取る

Fig. 7.2-1 で ACFA の行の X 座標と Variable maxima の列の Y 座標の交点の値が ACFA の最大値です。
同様にして Time of Maxima, Variable of Minima, Times of Minima の値をそれぞれ座標交点から読み取ることができます。

以下に A 相短絡電流の計算結果と簡単な説明を示します。A 相の諸量は変数名の末尾が A となっています。

7.3 d 軸短絡初期過渡時定数 Td”で減衰する短絡電流成分 SUBTRA

この電流は(2.1-1)式より、

$$\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_d'}\right)\varepsilon^{-t/T_d''}\cdot\sin(\omega\cdot t+\pi/2) \qquad (7.3\text{-}1)$$

この電流は $t=0$ より流れ始め、減衰時定数 T_d'' は 0.02 sec.のため急速に減衰して 0 になります。

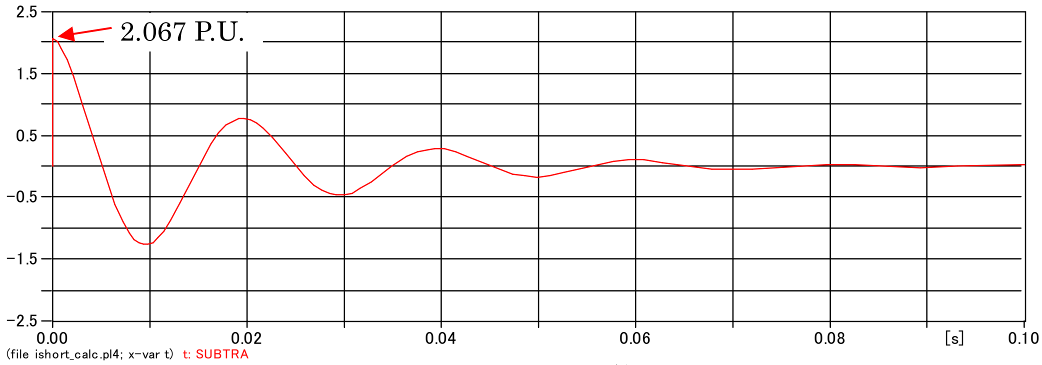


Fig. 7.3-1 SUBTRA の計算結果

この電流の最大値は $t=0$ の時で、PlotXWin 上から読み取った Peak 値は 2.067 P.U.です。

この値は次のごとく数式から計算した値に一致しています。

$$\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{x_d''}-\frac{1}{x_d'}\right)\varepsilon^{-0/T_d''}\cdot\sin(\omega\cdot 0+\pi/2)=\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{0.163}-\frac{1}{0.214}\right)=2.067 \quad \text{P.U.} \qquad (7.3\text{-}2)$$

7.4 d 軸短絡過渡時定数 Td'で減衰する A 相の短絡電流成分 TRA

この電流は(2.1-1)式より、

$$\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{x_d'}-\frac{1}{x_d}\right)\varepsilon^{-t/T_d'}\cdot\sin(\omega\cdot t+\pi/2) \qquad (7.4\text{-}1)$$

この電流の減衰時定数T_d'は 1.2 sec.なので 7.3 項の電流よりゆっくり減衰し、最終的には 0 になります。
最大計算時間を 4 sec.と設定し直して再計算した時の TRA を示します。

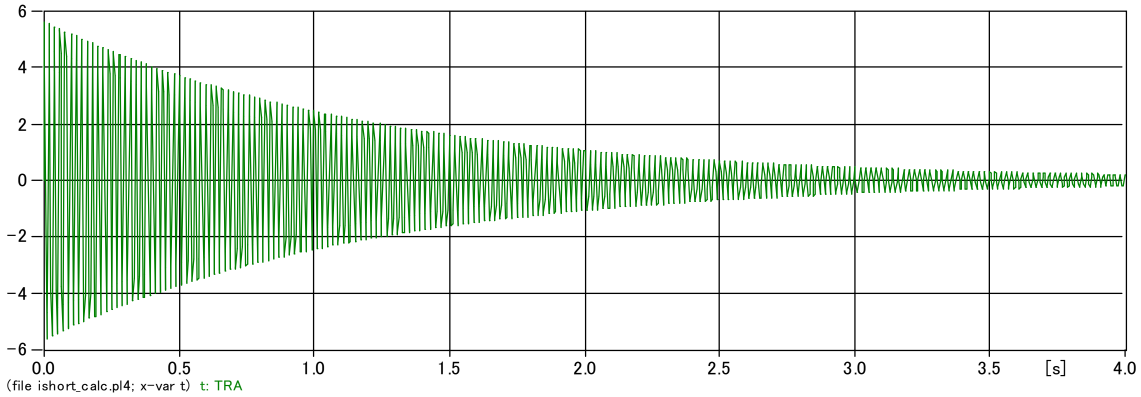


Fig. 7.4-1　A 相の d 軸短絡過渡時定数T_d'で減衰する短絡電流 TRA

上図の TRA 電流の拡大図と$t=0$の時の TRA の読み取り値を Fig. 7.4-2 に示します。

この読み取り値 5.65 P.U.は次の如く数式からの計算結果と一致します。

$$\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{x_d'}-\frac{1}{x_d}\right)\varepsilon^{-0/T_d'}\cdot\sin(\omega\cdot 0+\pi/2)=\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{0.214}-\frac{1}{1.48}\right)=5.65 \quad \text{P.U.} \qquad (7.4\text{-}2)$$

Fig. 7.4-2 に TRA のほかに SUBTRA も比較のため同一スケールでプロットしています。
短絡初期の段階では TRA が短絡電流としてかなり大きな割合を占めているのがわかります。
SUBTRA は意外と小さいですね。

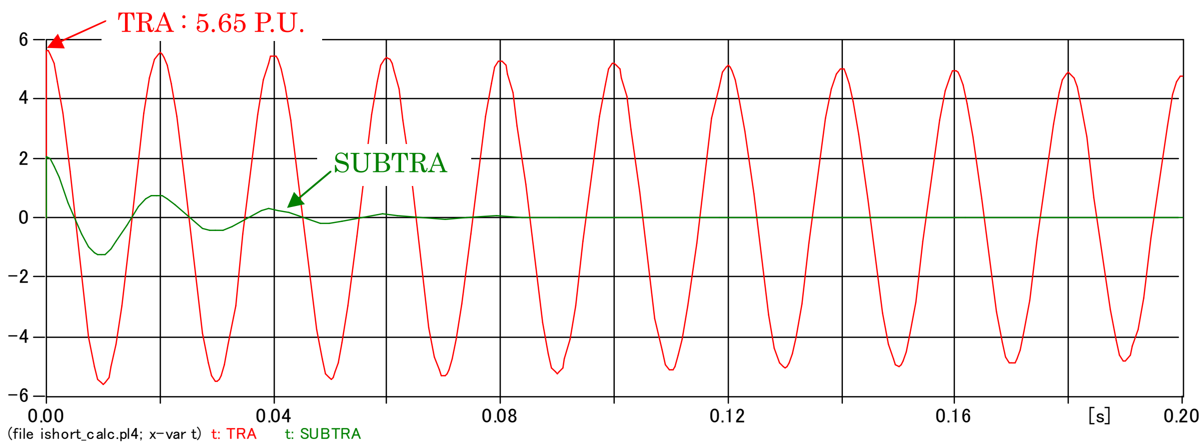


Fig. 7.4-2 d 軸短絡過渡時定数で減衰する短絡電流 TRA の方が SUBTRA より大きい

この TRA の電流は時刻 t = 0 から流れ始め、T_d' の時定数で減衰して行きます。

7.5 永久短絡電流 STDYA

この電流は一定の最大値を持つ持続電流になります。
0.2 sec.までのプロットを表示させています。

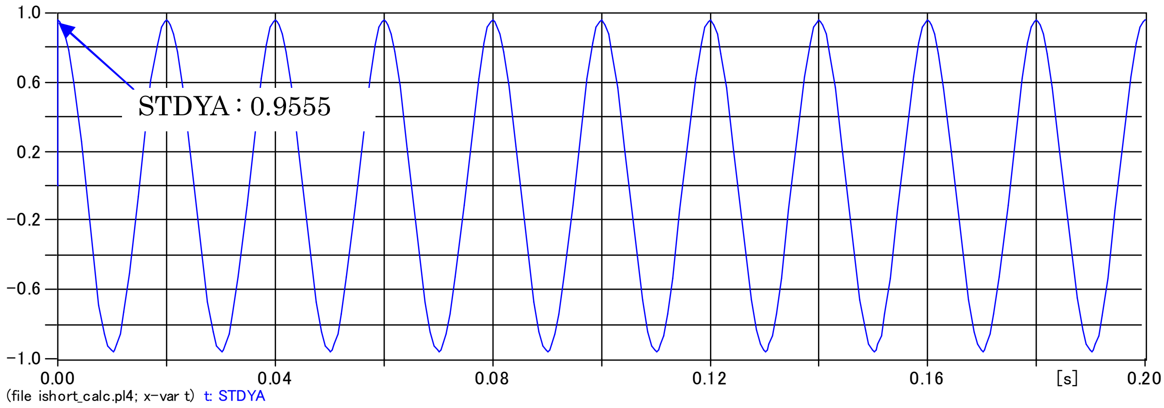


Fig. 75-1 永久短絡電流 STDYA

この STDYA の最大値の読み取り値は 0.9555 です。
数式から求めた t=0 の値は

$$\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{1.48}\right) \cdot \sin\left(100 \cdot \pi \cdot 0 + \frac{\pi}{2}\right) = 0.9555$$

であり一致します。
この永久短絡電流も t = 0 から流れ始めること、及び大きさは不変の電流であることにご留意願います。

上述の如く SUBTRA, TRA, STDYA とも t = 0 から流れ始めていますが、これは短絡電流を短絡電流を構成する各成分に分解するとこうなることを示しています。
短絡電流の全成分を重畳して実際に流れる電流を求めると 0(P.U.)から急増する短絡電流になります。この説明は 7.11 項に説明しています。

比較のため STDYA,TRA,SUBTRA の電流を同一スケール上にプロットすると Fig. 7.5-2 のとおりです。

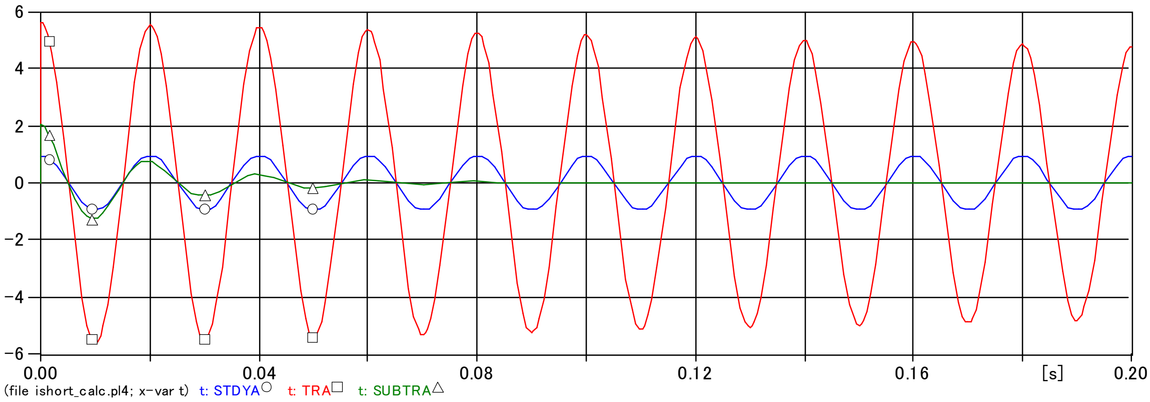


Fig. 7.5-2 SUBTRA, TRA, STDYA の大きさの比較

この図から、短絡初期に短絡電流の中で大きな割合を占めるのはやはり T_d' で減衰する電流成分 TRA であることがわかります。

7.3 項から 7.5 項までの電流を重ね合わせた電流は次項で述べる基本波の交流短絡電流となります。
実際に流れる短絡電流はこの基本波の交流短絡電流に 7.8 項の二倍調波電流と 7.10 項の直流電流を更に重ね合わせた電流になります。

7.6 基本波交流短絡電流 ACFA

上記 7.3 から 7.5 項までを重畳したものが基本波交流短絡電流 ACFA です。この ACFA のプロットは Fig. 7.6-1 になります。
プロット区間を 0～0.2 sec.として波形を拡大しています。

最大のピーク値は短絡瞬時に表れ 8.67 P.U.です。
半サイクル後のピーク値は -7.818 P.U.に減衰しています。
このことからこの突発短絡発生タイミングでは基本波交流短絡電流だけを考えると Peak 値は短絡発生時に Peak になります。

しかし、二倍調波成分を考慮すると、電流値が Peak になるのは短絡瞬時では無く、7.9 項の Fig. 7.9-1、Fig. 7.9-2 のごとく、約半サイクル後がピークになります。

二倍調波の他に直流電流も過渡的に流れます。
実際に流れる電流を検討する時は二倍調波成分、直流分を考慮した 7.11 項の ISA を Check します。

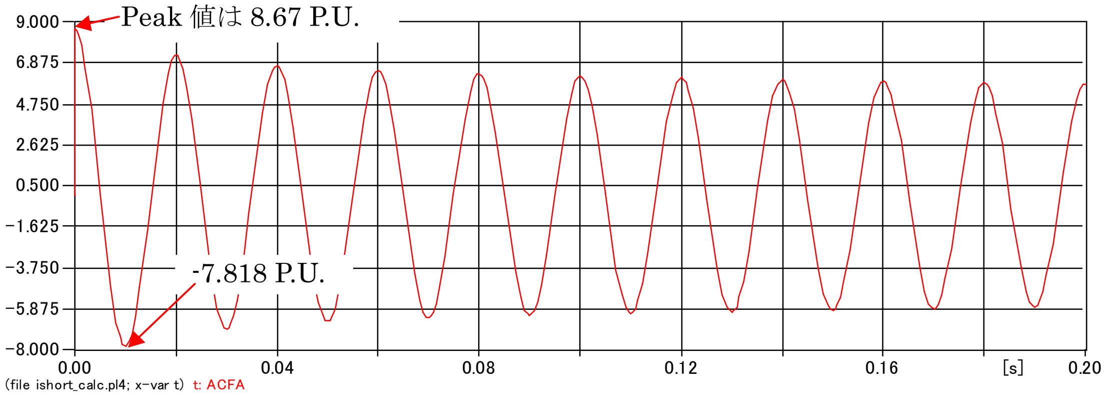


Fig. 7.6-1 基本波交流短絡電流 ACFA

7.7 短絡電流の簡易計算と基本波交流短絡電流の関係

短絡電流実効値を求める次の簡易式が用いられることがあります。
この式の意味について考察してみます。

$$I_a(P.U.) = \frac{1}{x_d"} = \frac{1}{0.163} \qquad (7.7\text{-}1)$$

(7.7-1)式の実効値を Peak 値にするため$\sqrt{2}$倍すると 8.67 P.U.となります。

この 8.67 P.U.は Fig.7.6-1 図に示す基本波交流短絡電流 ACFA の$t=0$の Peak 値に一致します。
数式(2.1-1)式からも$t=0$時の交流分短絡電流i_aを二倍調波分を無視して計算すれば

$$i_a = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{x_d"} = 8.67 \quad \text{(P.U.)} \quad (7.7\text{-}2)$$ になります。

このことから(7.7-1)式の簡易式は短絡発生瞬時の基本波交流短絡電流 ACFA の実効値を求めていることがわかります。
また直流分、二倍調波電流は考慮されていないことがわかります。

7.8 二倍調波成分　DBLA

Fig. 7.8-1 のごとく 0 に向かって減衰して行きます。(Fig. 7.8-1 は最大計算時間を 5 sec.として再計算させたもの)。0 に減衰するのは(2.1-1)式から$t \to \infty$で DBLA→0　のためです。

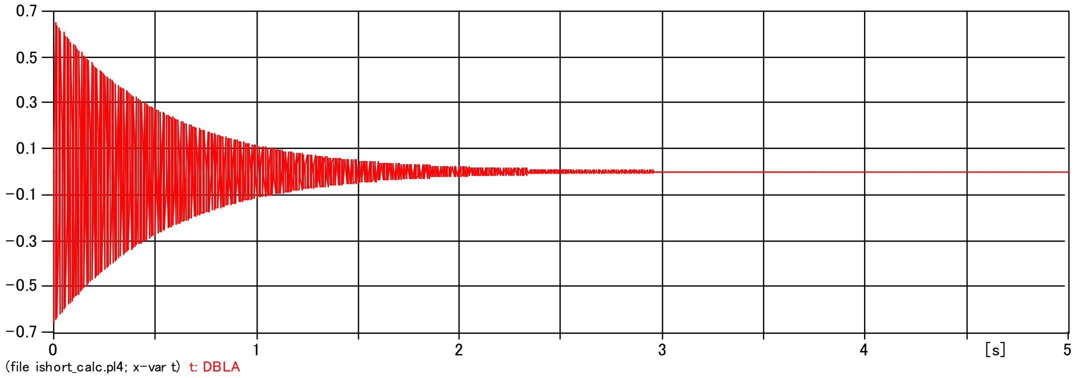


Fig. 7.8-1 二倍調波成分 DBLA

二倍調波成分が基本波交流短絡電流に重畳すると Fig. 7.8-2 に示す如く最大値が変わり、且つ電流が 0 点になる時間が変わります。このことは Fig. 7.8-2 の赤のプロットの ACFA と青のプロットの ACFA+DBLA を見れば明らかです。

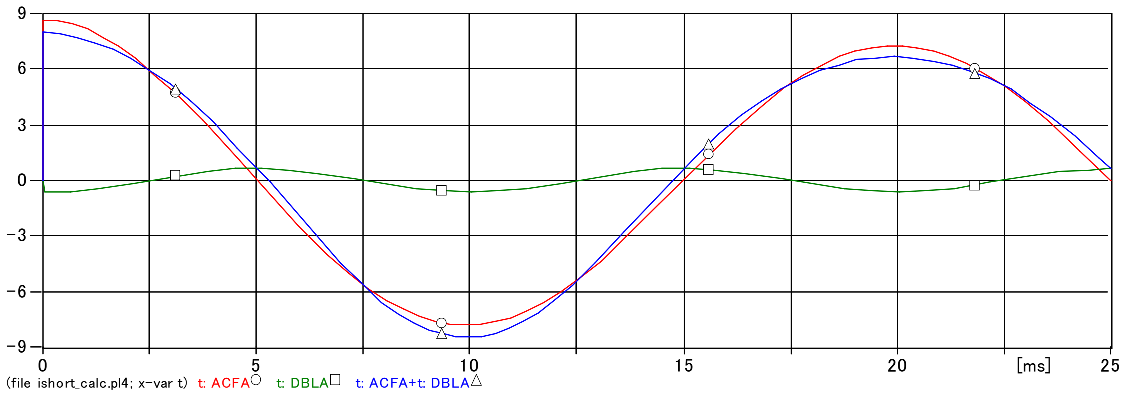


Fig. 7.8-2 二倍調波成分の影響

二倍調波が重畳した結果、最大のピーク値は短絡瞬時では無く、約半サイクル後に表れます。
次項をご参照ください。

7.9 全交流電流　ACA

7.3 項～7.5 項と 7.8 項の二倍調波を重畳したしたものが A 相の全交流電流 ACA です。

ACA の 0～0.2 sec.間のプロットを Fig. 7.9-1 に示します。
全交流電流 ACA の大きさは、短絡発生瞬時 8.02 (P.U.)、約半サイクル後の Peak 値は-8.461 P.U. で半サイクル後の方が大きくなります。
これは Fig. 7.8-2 に示した如く、二倍調波成分が重畳した結果です。

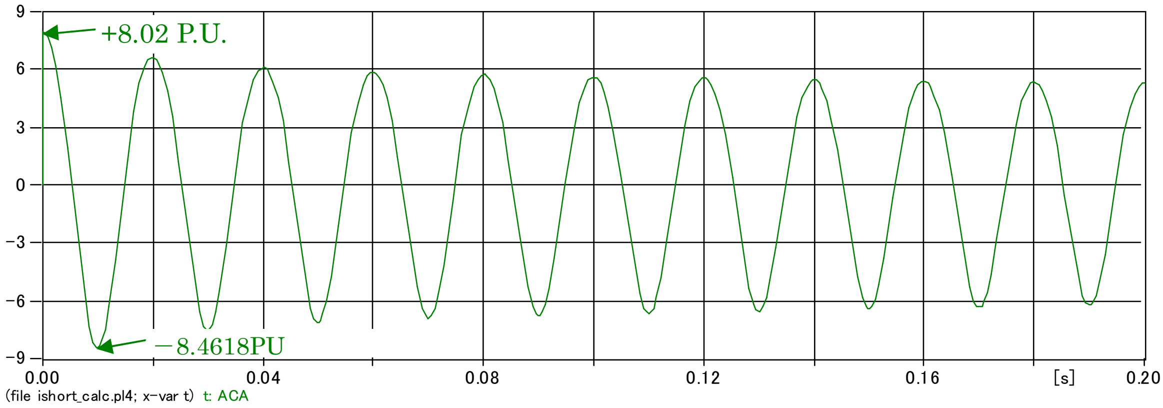


Fig. 7.9-1 交流成分の合成電流　ACA

また ACA と ACFA の波形拡大図を Fig. 7.9-2 に示します。緑のプロットの ACA は二倍調波を含んだひずみ波のため Fig. 7.9-2 のごとく 0 点になる時間及び最大値が赤のプロットの基本波交流短絡電流 ACFA からずれます。

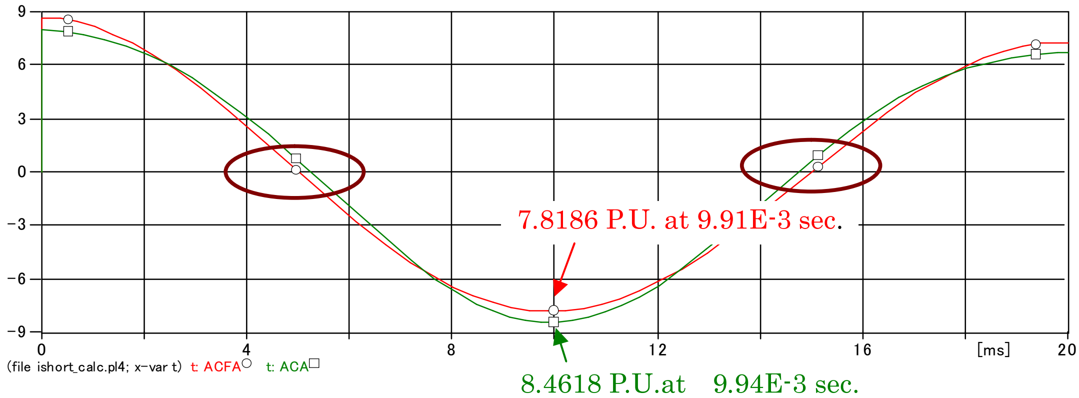


Fig. 7.9-2　ACFA と ACA の拡大図

Fig. 7.9-2 で ACFA が 10 msec.では無く、9.91 msec.で Peak になるのは SUBTRA, TRA が指数関数で減衰する波形で完全な正弦波では無いため、Peak 値になる時間がずれるためです。(9.6 項にも関連する内容を記載しています)

7.10 直流電流　DCA

実際に観察される短絡電流 ISA は短絡直後 0(P.U.)から始まって急増します。
0(P.U.)から始まるために全交流電流 ACA と大きさが等しく極性が反対の－8.02(P.U.)の直流電流が短絡時に Fig. 7.10-1 に示すごとく流れます。
実際の短絡電流 ISA は ACA と DCA の重畳した電流で、0(P.U.)から流れ始めることになります。
実際の短絡電流 ISA が 0(P.U.)から流れなければならないために直流電流が流れます。
この直流電流は Fig. 7.10-1 のごとく減衰して行き、最後は 0 になります。

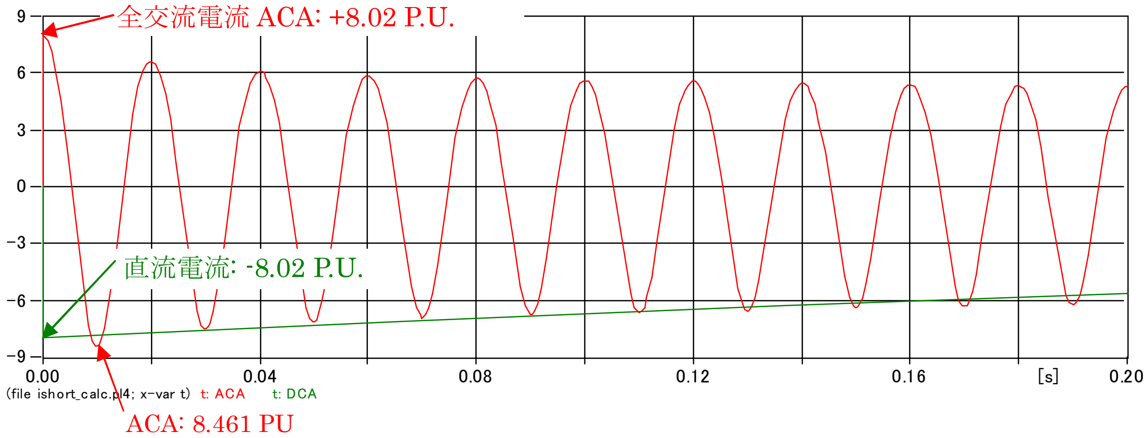


Fig. 7.10-1　直流電流 DCA と全交流電流 ACA

参考までに短絡時に各相に流れる直流電流を Fig. 7.10-2 に示します。この例題の短絡発生タイミング(A 相の α 位相が $\pi/2$)では Fig. 710.-2 のごとく B 相、C 相の直流電流は A 相直流電流と反対極性で、大きさは A 相の 1/2 です。

これは直流電流が三相回路を循環して流れることを意味します。このことをもう少し説明すると Fig. 7.10-2 は B 相と C 相には同じ大きさを持つ+の直流電流が中性点に向かって流れ、それらが発電機中性点を通って A 相から流れ出るため極性が－になり、それが短絡点で B 相、C 相に分流してまた中性点で A 相に戻ると言う還流をしています。

直流電流が 0 に減衰するのは直流電流がこのように還流して行く過程で直流エネルギーがジュール熱で消費されるためです。

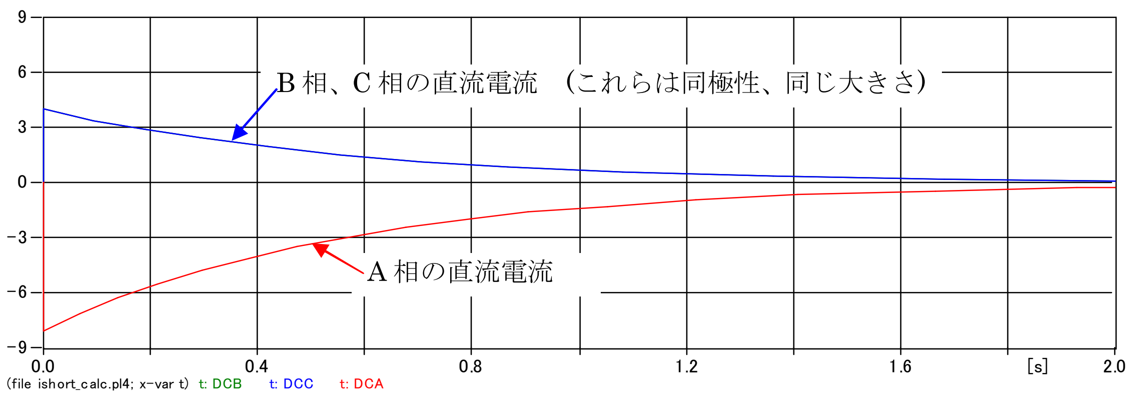


Fig. 7.10-2　各相に流れる直流電流

7.11 実際に流れ観察される A 相の短絡電流 ISA

以上述べて来た諸電流は実際に流れる短絡電流 ISA の各種の成分電流です。
各種成分に電流を分解すると今まで述べて来たように短絡瞬時に 0(P.U.)で無い或る値から流れ始めますが、これら全ての成分を重畳した実際の短絡電流 ISA は Fig. 7.11-2 に示すごとく 0 (P.U.)より流れ始め、実際の現象と一致します。

Fig. 7.11-1 に実際に流れる A 相短絡電流 ISA と直流電流 DCA を示します。
ISA に直流電流 DCA が重畳するため ISA は DCA を中心にして指数関数で減衰して行きます。

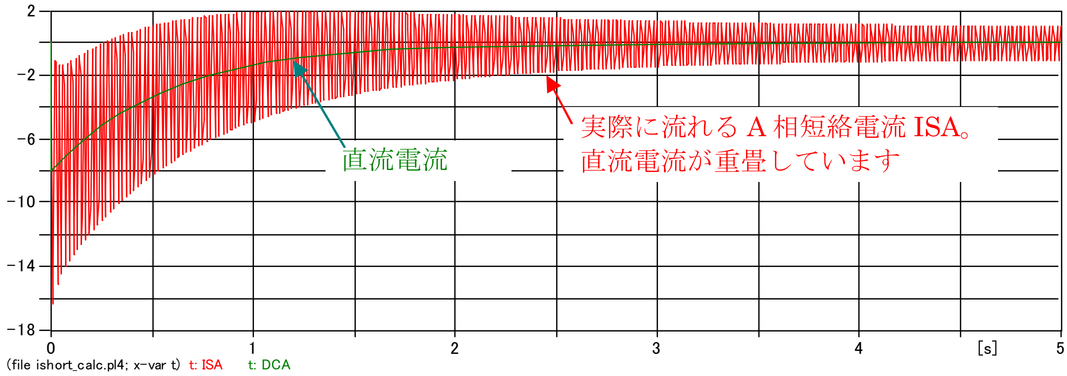


Fig. 7.11-1　A 相の短絡電流 ISA と直流電流 DCA

Fig. 711-1 の拡大図を次に示します。

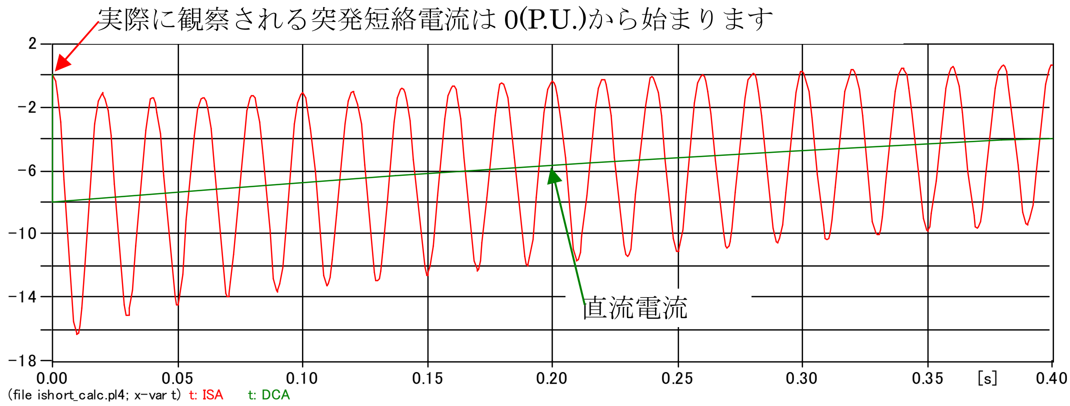


Fig. 7.11-2　拡大プロット

7.12 短絡電流 ISA が最大となる時間及びその時の短絡電流の大きさ

Fig. 7.12-1 は Fig. 7.11-2 の更なる拡大図です。

短絡発生 t =0 sec.では実際に流れ、観察される A 相の短絡電流 ISA は 0(P.U.)になっています。その後短絡電流は図のごとく急増して行き、短絡後約 1/2 サイクルの t = 9.89 msec. で最大の短絡電流-16.344(P.U.) Peak 値になります。

このように直流電流の最大の重畳を考慮すると(A 相電圧位相が $\pi/2\,(rad)$ で突発短絡発生とすると)、A 相の短絡電流ピーク値はきわめて大きくなります。
しゃ断器の直流電流しゃ断能力の検討を行う時は A 相電圧位相が $\pi/2\,(rad)$ で突発短絡発生する状態が最も厳しくなります。しゃ断器のしゃ断時間、保護リレー動作時間も考慮して検討します。

短絡電流が Peak になる t = 9.89 msec. の Peak 値(-16.344 P.U.) は直流電流(-7.883 P.U.)と交流電流の Peak 値(-8.461 P.U.)の和です。
ここで交流分電流が 8.461 P.U.になるのは 7.9 項で説明したごとく二倍調波成分が重畳した結果です。

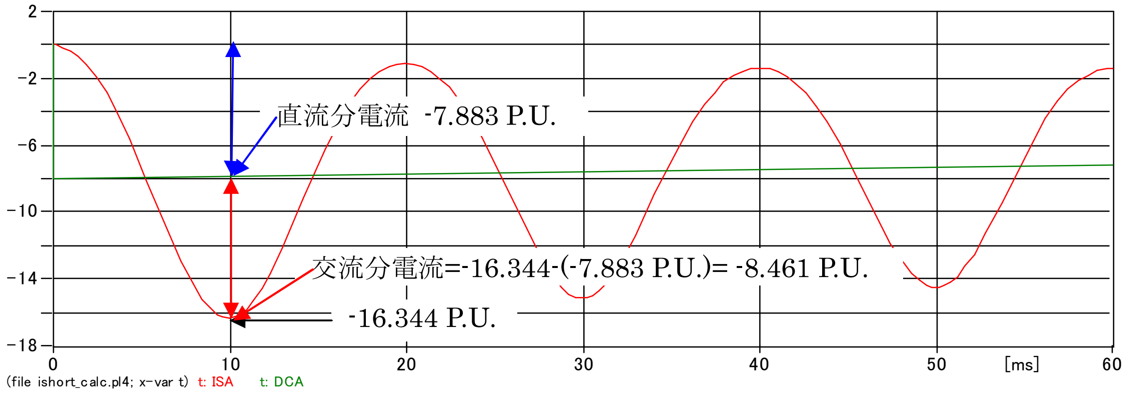


Fig. 7.12-1 短絡発生後 1/2 サイクルの短絡電流

8. Nesting による数式の短縮例

68 カラム以内に数式を収めるため数式を更に縮小したい場合、TACS 変数の Nesting(入れ子)機能を使って短縮できます。一例を次に示します。

(2.1-1)式の指数関数部分、和と差の計算部分、三角関数部分が比較的長い式なのでこれらを Fig. 8-1 に示す如く新たに短い変数名に置き換えます。
例えば $\exp(-timex/.02)$ の項は Fig. 8-1 のごとく EXPD1 の変数名としているので、この指数関数部はその後の計算で単純に EXPD1 で表せ、数式を短くすることが可能になります。
このように EXPD1 で $\exp(-timex/.02)$ を表すことを Nesting と言いこの場合の EXPD1 の入れ子は $\exp(-timex/.02)$ です。尚下記の Nesting の例ではこの Nesting は 1 階層目にあたります。

和と差の計算部分の例としては Fig. 8-1 の出力変数 A のところを参照願います。
$1/.163-1/.214$ の出力変数を A としているのでこの演算部分はその後の演算で単純に A で表せます。
三角関数部分についても同様です。

すると交流基本波交流短絡電流 ACFA,直流電流 DCA、二倍調波電流 DBLA は Fig. 8-1 の赤点線部のごとく短く表現できます(Nesting の 2 階層目)。

そして実際の短絡電流 ISA は青点線のごとく短い数式で表現できます(Nesting の 3 階層目)。

Rule book によればこの Nesting 構造は 20 階層まで使えます(Rule book Rb-03a　Section 3-E-4 の A)に記載があります)。
したがってこの機能を活用すれば複雑な数式も短く記述できます。

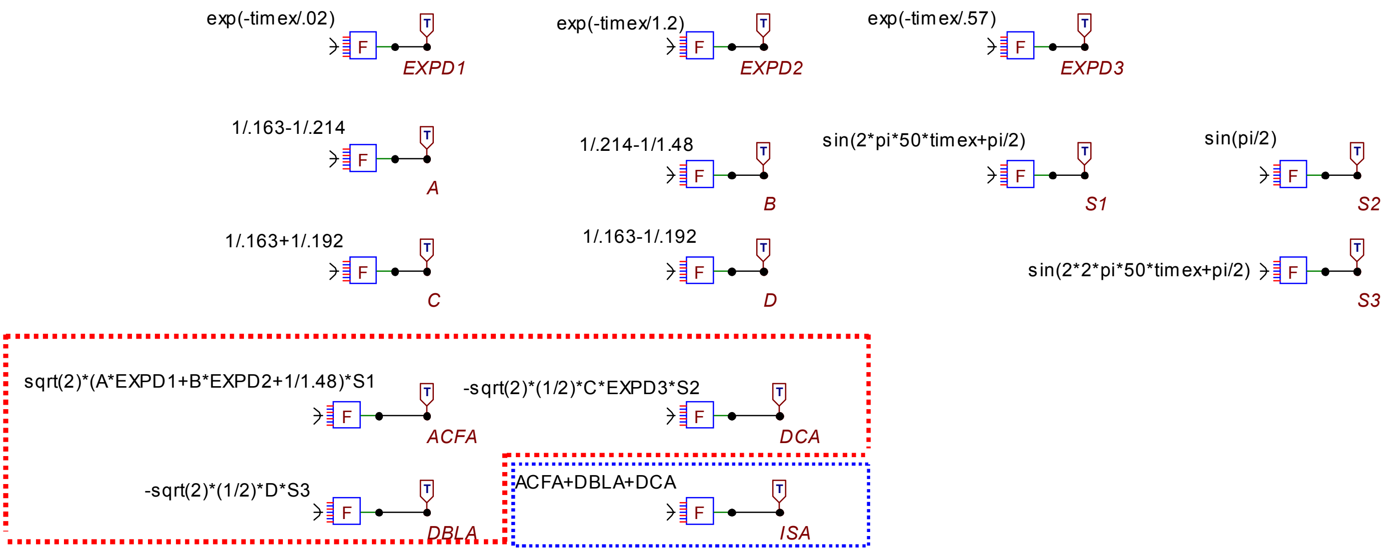


Fig. 8-1　　(2.2-1)式の数式を Nesting により短縮した例

Fig. 8-1 から作成された .atp ファイルを Fig. 8-2 に示します。

Fig.5-1 と比べると Nesting の機能活用により、数式の長さがだいぶ短くなっているのがおわかりになると思います。

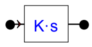
```
BEGIN NEW DATA CASE
C --------------------------------------------------------
C Generated by ATPDRAW  8 月, 月曜日 5, 2013
C A Bonneville Power Administration program
C by H. K. H・dalen at SEfAS/NTNU - NORWAY 1994-2009
C --------------------------------------------------------
C  dT  >< Tmax >< Xopt >< Copt >
   1.E-5      2.
     500       1       1       1       1       0       0       1       0
/TACS
TACS STAND ALONE
98EXPD1   =exp(-timex/.02)
98EXPD2   =exp(-timex/1.2)
98EXPD3   =exp(-timex/.57)
98A       =1/.163-1/.214
98B       =1/.214-1/1.48
98S1      =sin(2*pi*50*timex+pi/2)
98C       =1/.163+1/.192
98D       =1/.163-1/.192
98S2      =sin(pi/2)
98S3      =sin(2*2*pi*50*timex+pi/2)
98ACFA    =sqrt(2)*(A*EXPD1+B*EXPD2+1/1.48)*S1
98DBLA    =-sqrt(2)*(1/2)*D*EXPD3*S3
98DCA     =-sqrt(2)*(1/2)*C*EXPD3*S2
98ISA     =ACFA+DBLA+DCA
33EXPD1
33EXPD2
33EXPD3
33A
33B
33S1
33C
33D
33S2
33S3
33ACFA
33DBLA
33DCA
33ISA
C        1         2         3         4         5         6         7         8
C 345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
/BRANCH
C < n1 >< n2 ><ref1><ref2>< R  >< L  >< C  >
C < n1 >< n2 ><ref1><ref2>< R  >< A  >< B  ><Leng><><>0
/OUTPUT
BLANK TACS
BLANK BRANCH
BLANK SWITCH
BLANK SOURCE
BLANK OUTPUT
BLANK PLOT
BEGIN NEW DATA CASE
BLANK
```

Fig. 8-2　Nesting を利用して短縮した .atp ファイル

9. 数式計算のその他の応用例

9.1 微分計算

微分演算は TACS に用意されている次の伝達関数アイコンを使います。
或る数式を微分するには当該数式を次の伝達関数アイコンを接続します。



この微分用アイコンは次のようにして呼び出せます。
フローティングメニュー → TACS → Transfer functions → Derivative

微分用アイコンの乗数値 K は必要により微分結果を K 倍する時に使います。

このアイコン右クリックして開くとデフォルト状態で既に K=1 になっているのでこれで良い場合は OK ボタンを押します。

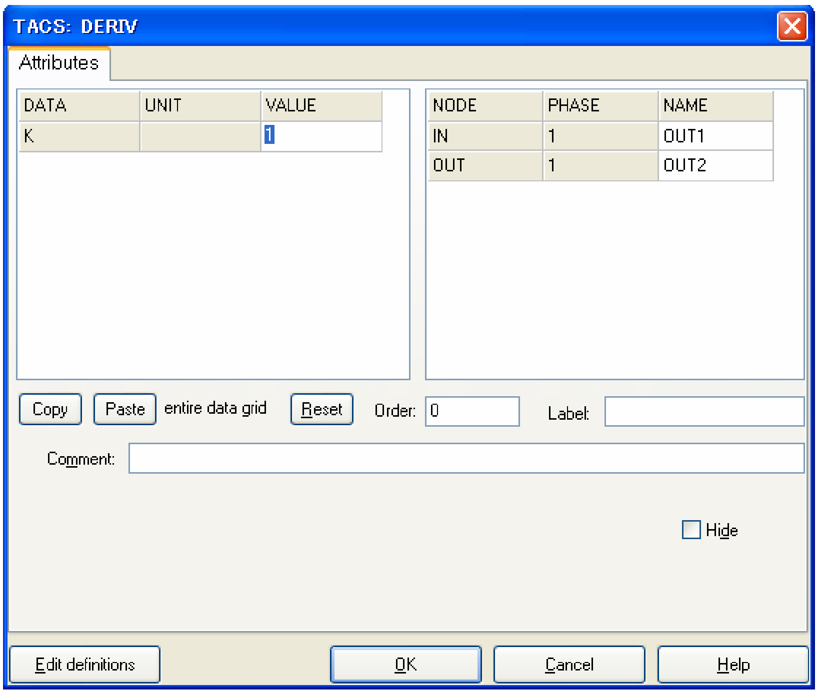


Fig. 9.1 微分用伝達関数アイコンを開いた状態

9.2 微分計算例

$i = \cos(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$ を t で微分してみます。

結果は $-100 \cdot \pi \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$ になりますが例としてやってみます。

微分演算回路の Project file を Fig. 9.2-1 に示します。

微分したい数式を入力した General アイコンの後に微分用伝達関数アイコンを Fig.9.2-1 のごとく接続します。

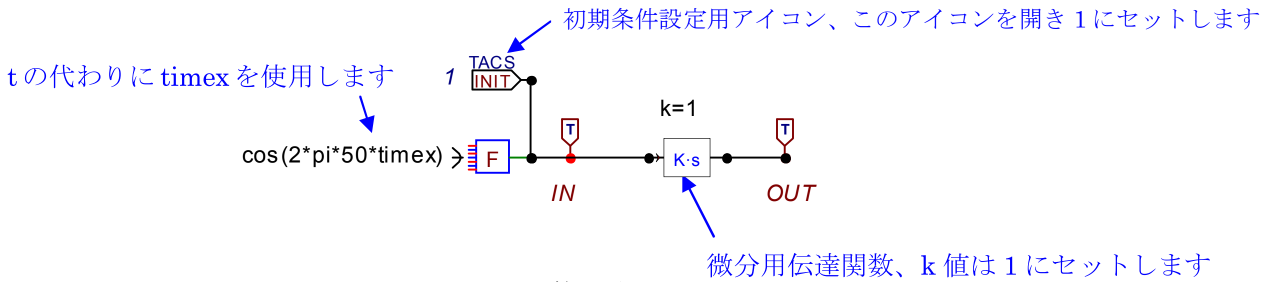


Fig. 9.2-1 微分演算回路例

Fig. 9.2-1 に初期条件設定アイコンが設けられていますが、この例の場合、初期値設定をしないと数値不安定現象が発生して正しい結果が得られないため、それを回避するために設けています。この初期値は入力信号の初期値が 1 なので 1 にセットします。

計算条件は計算刻み時間 1E-5 sec. , 最大計算時間 40 msec.にしています。

入力信号の IN, 微分演算結果の OUT を次に示します。

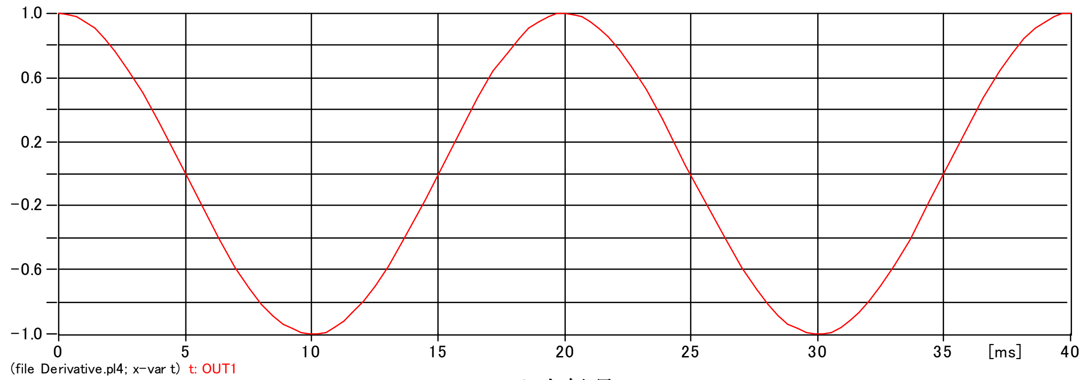


Fig. 9.2-2 入力信号 IN

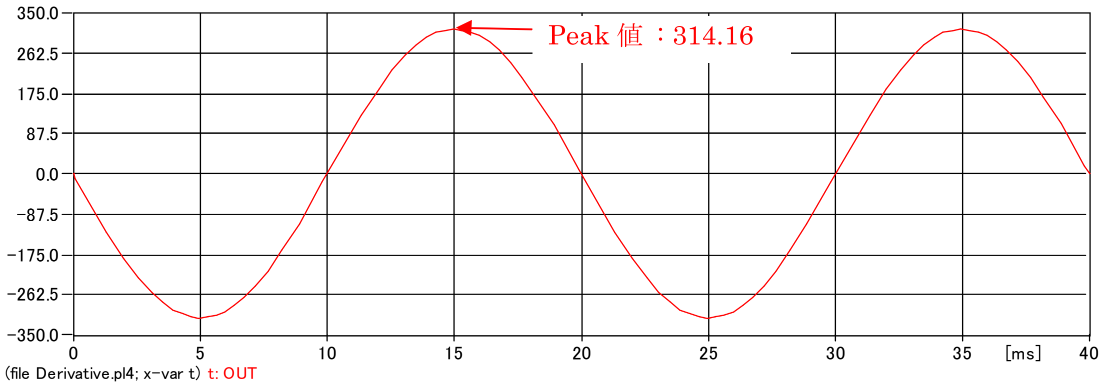
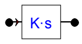


Fig. 9.2-2 微分された出力信号 OUT

OUT の Peak 値は 314.16 であり、$-100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot50\cdot t)$の Peak 値になっています。
また IN の最大値、最小値の時の OUT は 0 になり、IN が変曲点の時の OUT は最大又は最小になっていて正しく微分されていることがわかります。

このように微分したい数式を微分用アイコン 

に接続すれば微分計算が行われます。

9.3 積分計算

$-100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot50\cdot t)$ を積分してみます。
ATPDraw のキャンバスを開いた状態で Floating Menu より次のごとく積分用アイコンを呼び出します。

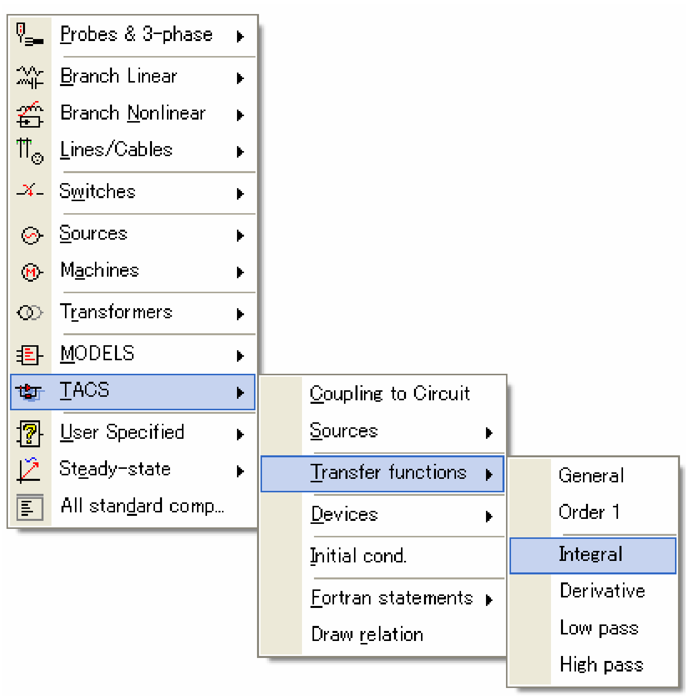


Fig. 9.3-1 積分用アイコンの呼び出し

これで呼び出されるアイコンは次のとおりです。

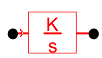


Fig. 9.3-2 呼び出された積分用アイコン

このアイコンを開き乗数の K 値を必要により望む値に上書きして保存します。デフォルトの 1 でかまわない時は OK ボタンを押し入力窓を閉じます。

積分用の Project file を次に示します。

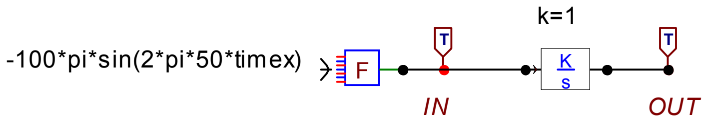


Fig.9.3-3　積分回路例

$-100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot50\cdot t)$ の入力波形を Fig. 9.3-4 に、積分結果の波形を Fig. 9.3-5 に示します。

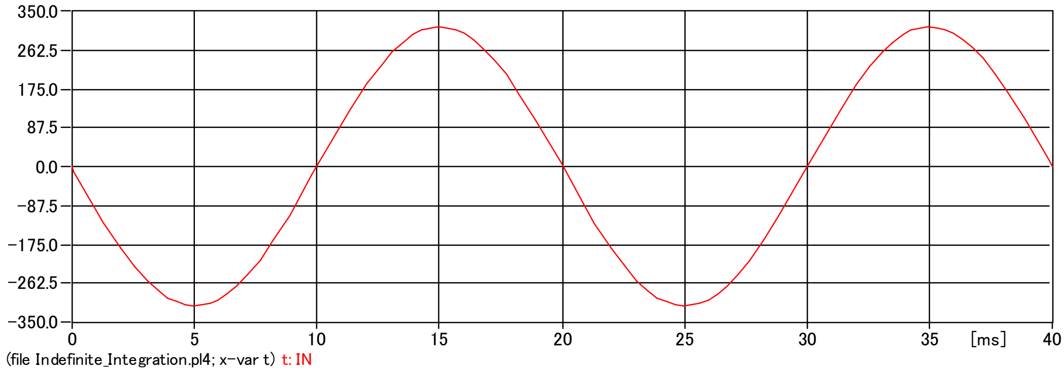


Fig. 9.3-4　入力波形

出力波形は上図を積分した結果になっています。

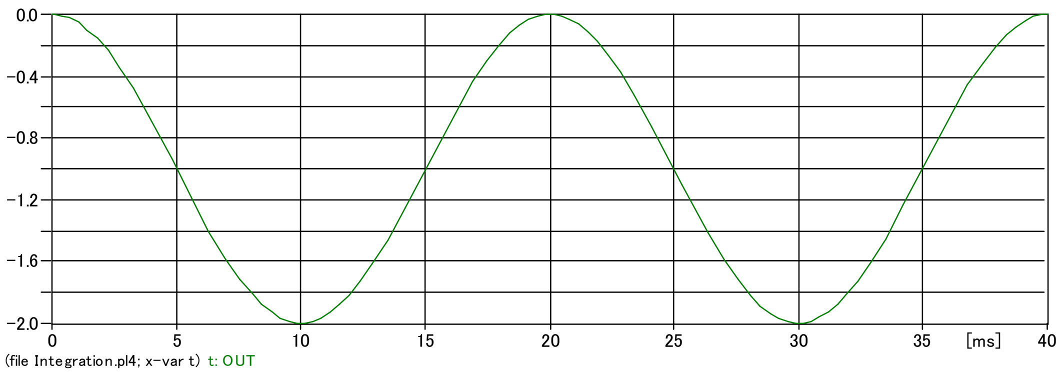


Fig. 9.3-5　出力波形

正しく積分されているか確認のため、入力波形 $-100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot50\cdot t)$ を 0 から 5, 10, 15, 20 msec.まで定積分し、Fig. 9.3-5 と一致するか確認してみます。

$-100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot50\cdot t)$ の積分は

$$\int(-100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot50\cdot t))\,dt=\cos(100\cdot\pi\cdot t)+C \qquad (9.3\text{-}1)$$

です。ここで C は積分定数です。

よって入力信号の定積分は次の計算になります。

$$\int_0^{.005}-100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot50\cdot t)=\left[\cos(100\cdot\pi\cdot t)\right]_0^{.005}=(0-1)=-1 \qquad (9.3\text{-}2)$$

$$\int_0^{.01} -100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot 50\cdot t) = [\cos(100\cdot\pi\cdot t)]_0^{.01} = (-1-1) = -2 \qquad (9.3\text{-}3)$$

$$\int_0^{.015} -100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot 50\cdot t) = [\cos(100\cdot\pi\cdot t)]_0^{.015} = (0-1) = -1 \qquad (9.3\text{-}4)$$

$$\int_0^{.02} -100\cdot\pi\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot 50\cdot t) = [\cos(100\cdot\pi\cdot t)]_0^{.02} = (1-1) = 0 \qquad (9.3\text{-}5)$$

これらの結果は Fig. 9.3-5 のプロット結果と一致し正しく積分されているのがわかります。

このように積分したい数式に積分用伝達関数 K/s を接続すれば積分が実行されます。

もしこの積分の結果の波形を例えば $\cos(2\cdot\pi\cdot 50\cdot \mathrm{t})+10$ にして後段の計算につなぎたい時は出力側に TACS の初期値設定で設定値を 10 とすれば $\cos(2\cdot\pi\cdot 50\cdot \mathrm{t})+10$ の波形にすることができます。積分定数 C はこのように出力側の TACS の初期条件値で任意にセットできます。

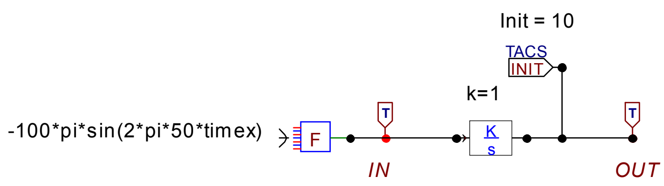


Fig. 9.3-6　積分定数 C は初期値設定でセットできます

9.4 定積分計算

定積分計算も可能です。
ここでは一例として $\cos(2\cdot\pi\cdot 50\cdot t)$ の入力波形を二乗し、それを 5 msec. から 15 msec.まで定積分しその平均値の平方根を求める演算をしてみます。この演算は入力波形の区間 5 msec. から 15 msec. 間の $\cos(2\cdot\pi\cdot 50\cdot t)$ の実効値を求める計算になります。

入力波は Peak 値 = 1 の完全に正弦波状の余弦波ですから、結果の実効値は $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$ になるべきですが確認してみましょう。

定積分の Project file を Fig. 9.4-1 に示します。
各部の説明は Fig. 9.4-1 に示すとおりです。

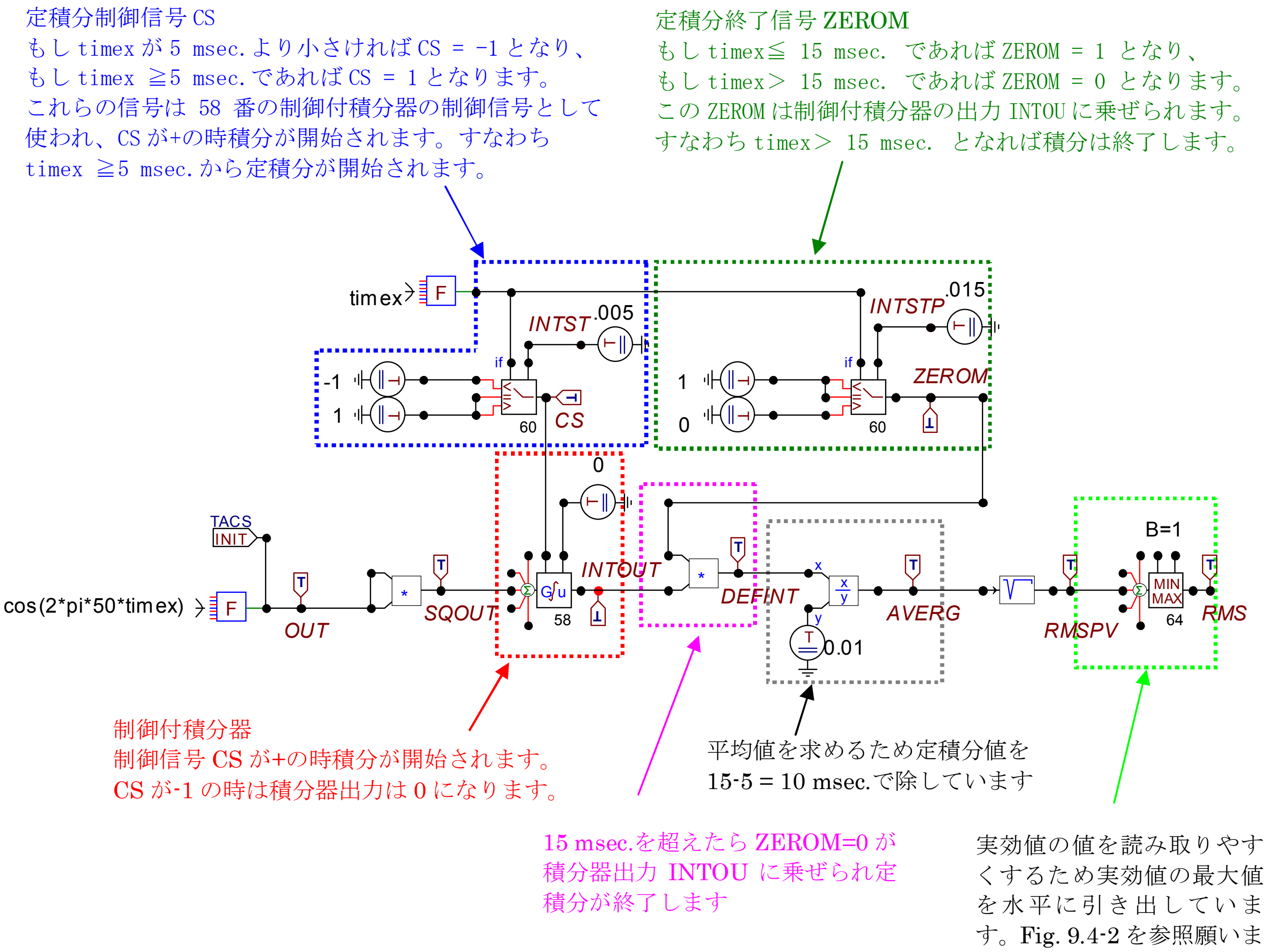


Fig. 9.4-1　定積分回路の説明

計算刻み時間は 1E-5 sec. 最大計算時間は 0.04 sec.としています。
上図のファイル名は Defini_integration.acp でこの解説書と共にアップデートしています。

入力の余弦波曲線と計算結果の実効値 RMS を Fig. 9.4-2 に示します。
定積分が適切に行われ、正弦波の正しい実効値$1/\sqrt{2} = 0.7071$が得られています。

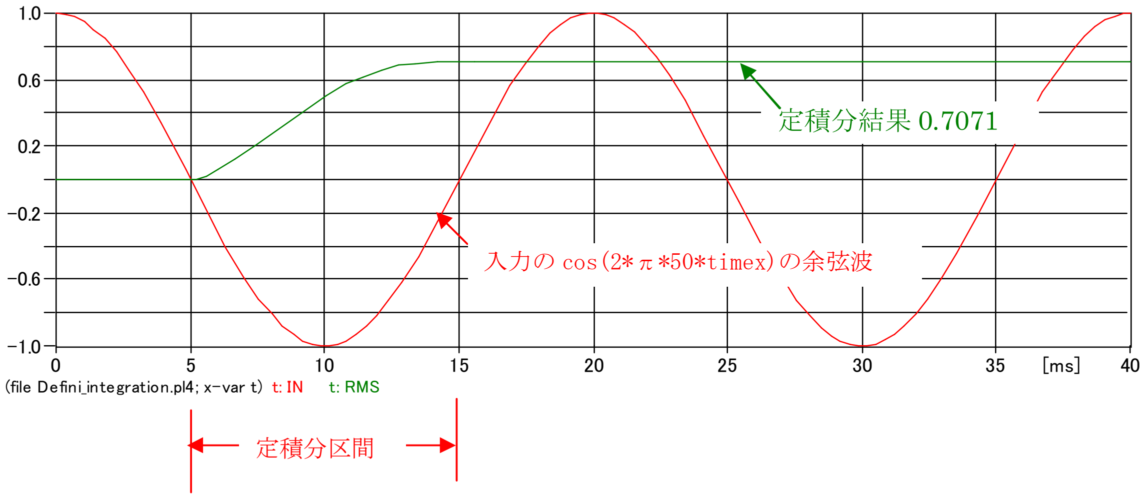


Fig. 9.4-2　定積分の応用―実効値計算

Device 64 はこの図のように計算結果の最大値を延長して表示してまれます。よってカーソルでの計算結果の読み取りが楽になります。最小値を引き出したい時は Device 64 の B 値を -1 にセットします。

9.5 単純化した定積分演算用 Project File

Fig. 9.4-2 の定積分 Project file は積分器の制御信号に積分期間の間のみ、+になる矩形波パルスを使えば Fig. 9.5-1 のごとく単純化できます。

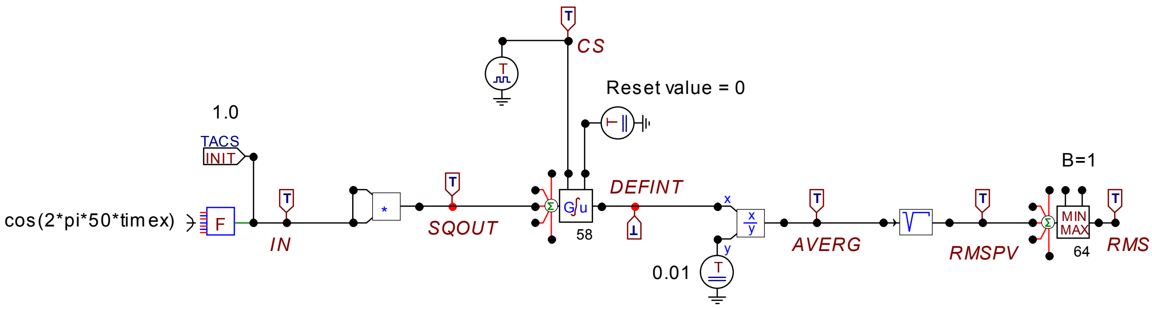


Fig. 9.5-1 矩形波パルスを使い単純化した実効値計算 Project file

Device 58 の制御付積分器は制御信号 CS が+の時だけ積分し、それ以外では reset 値(この例では 0 にしています)になるので、矩形波パルスを積分したい時間帯だけ+にすることで積分期間を制御できます。

この例で採用した積分制御用矩形波パルス波形と入力の余弦波形を次図に示します。
積分したい 5 msec.から 15 msec. 間で CS が正の値になるパルス波形になるように入力しています。Fig. 9.5-3 を参照願います。

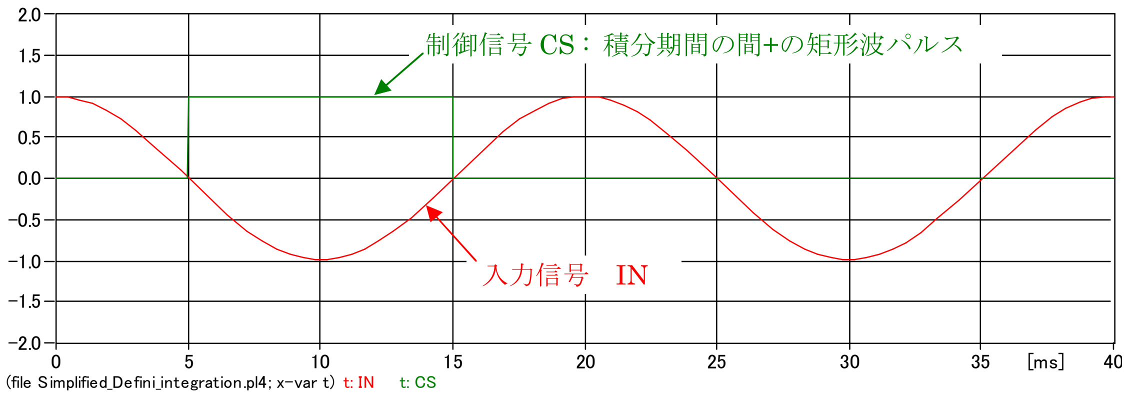


Fig. 9.5-2　制御信号に採用した矩形波パルス

これは 03 では無く、23 であると思います。
Rule book で Pulse 信号源は Type 23 となっているため

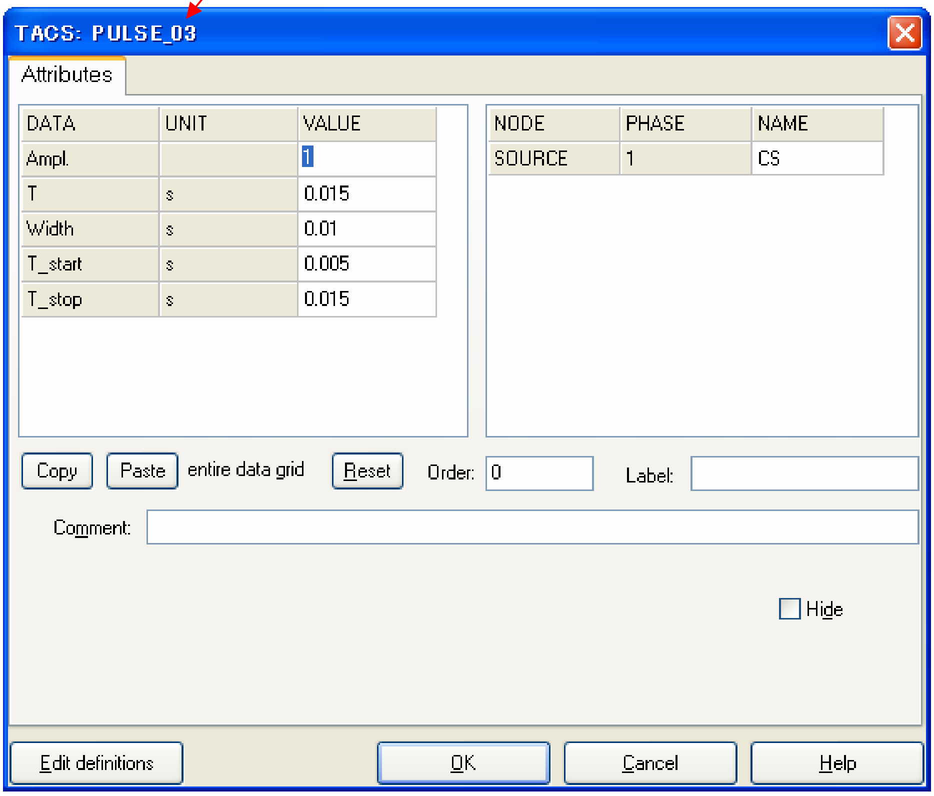


Fig. 9.5-3 矩形波パルスアイコンへの入力内容

9.4 項と 9.5 項による実効値計算結果を Fig. 9.5-4 に示します。
両方式の計算結果の RMS 値は Fig. 9.5-4 のごとく一致します。

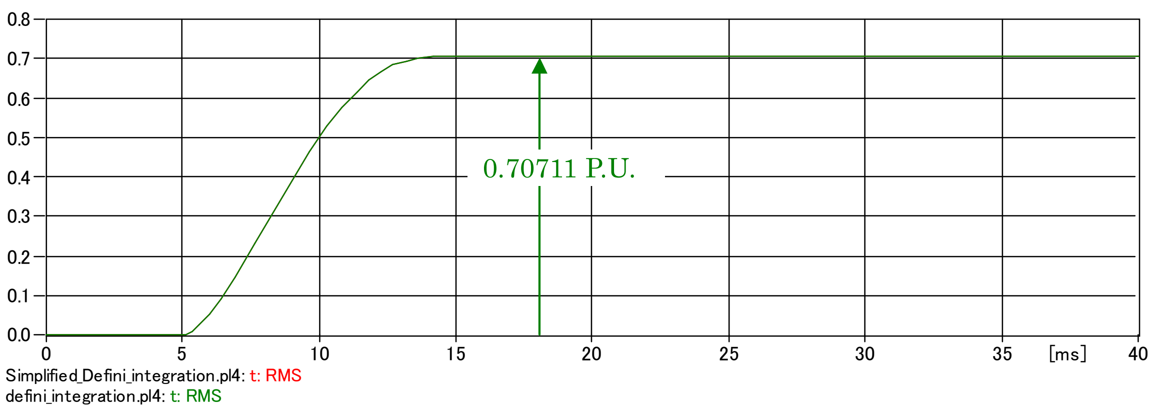


Fig. 9.5-4　計算結果の実効値

9.6 指数関数で減衰する正弦波状交流の実効値の計算

上述の定積分の応用として今度は短絡電流内の指数関数で減衰する SUBTRA の実効値がどうなるか検討してみます。完全な正弦波であれば実効値は最大値の$1/\sqrt{2}$ですが、SUBTRA は指数関数で減衰する波形のためひずみ、厳密な正弦波でなくなるため、これの実効値は最大値の$1/\sqrt{2}$ではなくなると考えられます。定積分を利用して実効値を確認してみます。

具体的な計算に入る前に SUBTRA の波形と完全な正弦波の比較の一例を次に示します。
SUBTRA 電流の式は次式になります。

$$\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{0.163}-\frac{1}{0.214}\right)\varepsilon^{-timex/0.02}\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot 50\cdot timex+\pi/2)$$

一方これと同じ初期値の大きさを持ち、減衰しない完全な正弦波は次のとおりで、両者の波形を比較して見ます。

$$\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{0.163}-\frac{1}{0.214}\right)\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot 50\cdot timex+\pi/2)$$

赤のプロットが減衰しない正弦波、緑の波形が指数関数で減衰する正弦波状の波形 SUBTRA です。
Fig. 9.6-1 から指数関数で減衰する正弦波状の波は完全な正弦波と比して波形が歪むことがわかります。例えば Fig. 9.6-1 で区間 5 msec. から 15m sec.間で緑と赤の線で囲まれた部分に注目すればこの間、波形が歪み、中間の 10msec.の左右で非対称になっているのが明らかです。
また Fig. 9.6-1 から、ひずみの無い正弦波であれば半サイクル後に Peak 値になりますが、指数関数で減衰する正弦波では半サイクルから少しずれた時間で Peak になることがわかります。
このように歪むため指数関数で減衰する正弦波状の波形の実効値は Peak 値の$1/\sqrt{2}$では無くなることが推測されます。このため定積分の応用として SUBTRA の 5 msec.から 15msec.間の実効値を計算してみます。

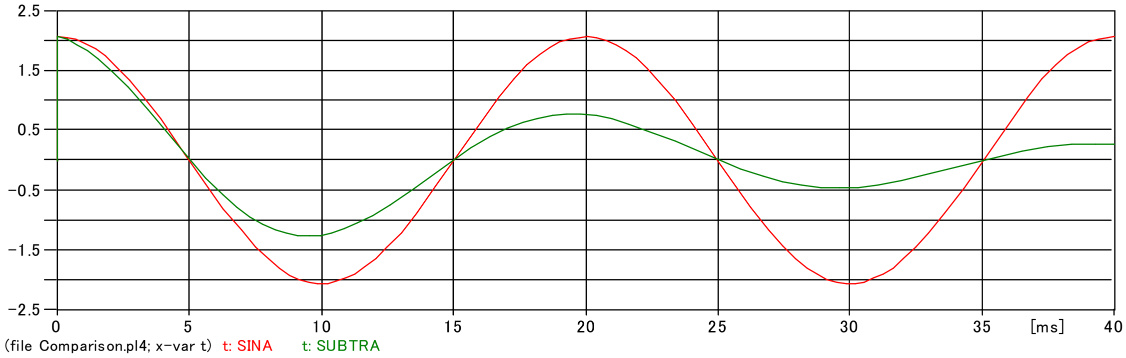


Fig. 9.6-1　指数関数で減衰する正弦波状波形のひずみ

この定積分から実効値を求める Project file 例を次図に示します。

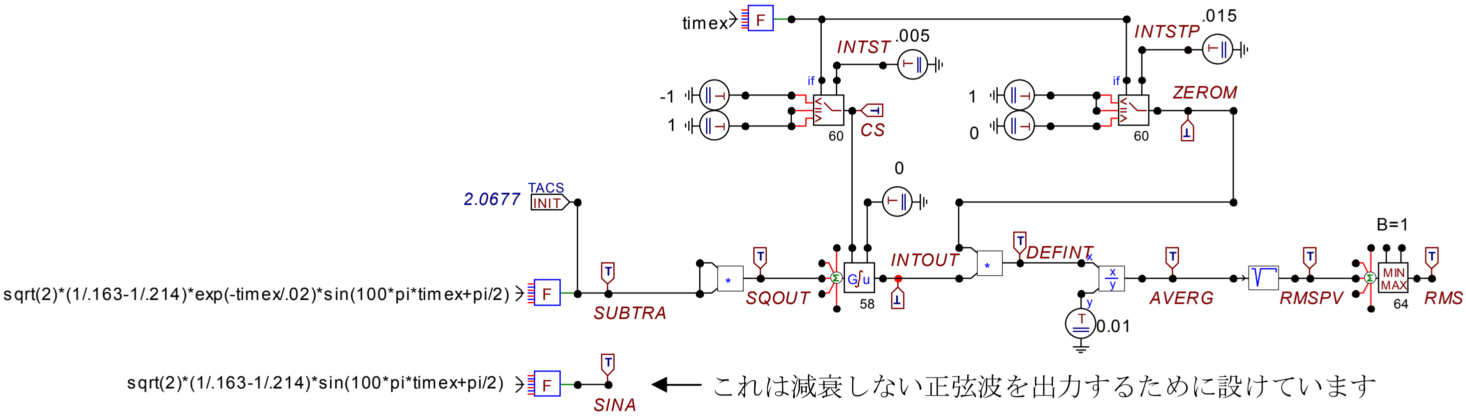


Fig.9.6-2　指数関数で減衰する正弦波状波形の実効値計算用 Project file

Fig. 9.6-2 で行った指数関数で減衰する正弦波状波形の実効値計算結果は次のとおりです。

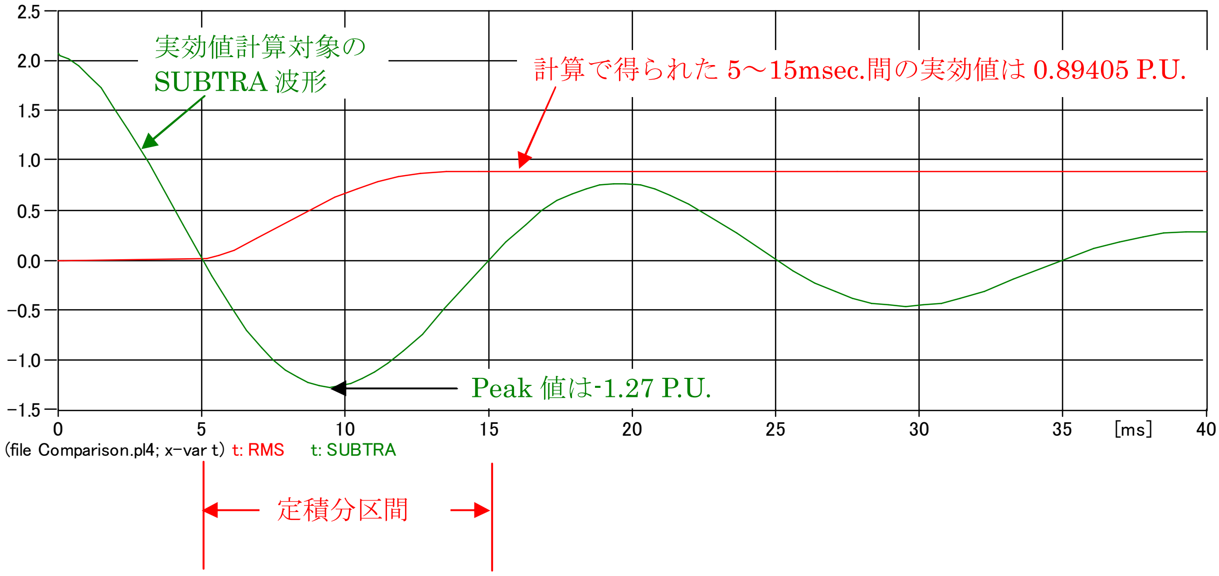


Fig. 9.6-3　指数関数で減衰する SUBTRA の実効値計算結果

一方、SUBTRA の 5～15 msec.間のピーク値は-1.27P.U.で、これの $1/\sqrt{2}$ で実効値を簡易的に計算すると 0.898 P.U.になります。

この減衰する波形の定積分を応用した瞬時値の二乗平均の平方根の実効値は 0.89405 P.U.であり両者は僅かながら一致しません。

これは指数関数で減衰するため波形が歪んでいるにも関わらず、正弦波の実効値と同じく Peak 値の $1/\sqrt{2}$ を実効値としたことに起因していると考えます。

この減衰電流の実効値計算を Maple と Matlab で同じ区間で瞬時値の事情平均平方根を計算し、小数点 6 桁以下を切り捨てた結果は下記で ATP の結果と同じになっています。

Maple： 0.89405
Matlab：0.89405

以上より指数関数で減衰する正弦波状の波形の実効値を Peak 値の$1/\sqrt{2}$から求める方法は多少誤差が発生するのがわかります。
しかしながら両者の差は僅かです。

9.7 減衰する交流電流に減衰する直流電流が重畳した場合の実効値計算

減衰する交流電流に減衰する直流電流が重畳した電流の一例は本稿では ISA になります。
Fig. 9.7-1 に ISA 波形を示します。ISA には直流電流 DCA が重畳していて、ISA は DCA を中心に振動しながら減衰していきます。

Fig. 9.7-1 に示す ISA の A-B 間の実効値を検討してみます。

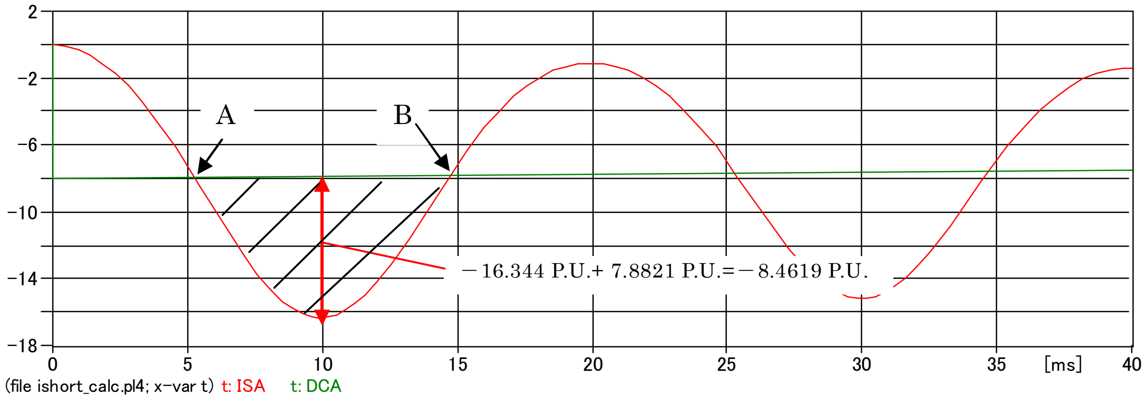


Fig. 9.7-1 減衰する交流電流に減衰する直流電流が重畳した場合の交流電流

直流電流 DCA と交流電流 ISA で囲まれたハッチング部の瞬時値の二乗平均平方根を(9.7-1)式に従って求めればよいことになります。

$$\sqrt{\frac{1}{B-A}\int_A^B (ISA-DCA)^2 dt} \qquad (9.7\text{-}1)$$

(9.7-1)式に基づき作成した ATPDraw の Project file は Fig.9.7-2 のとおりです。

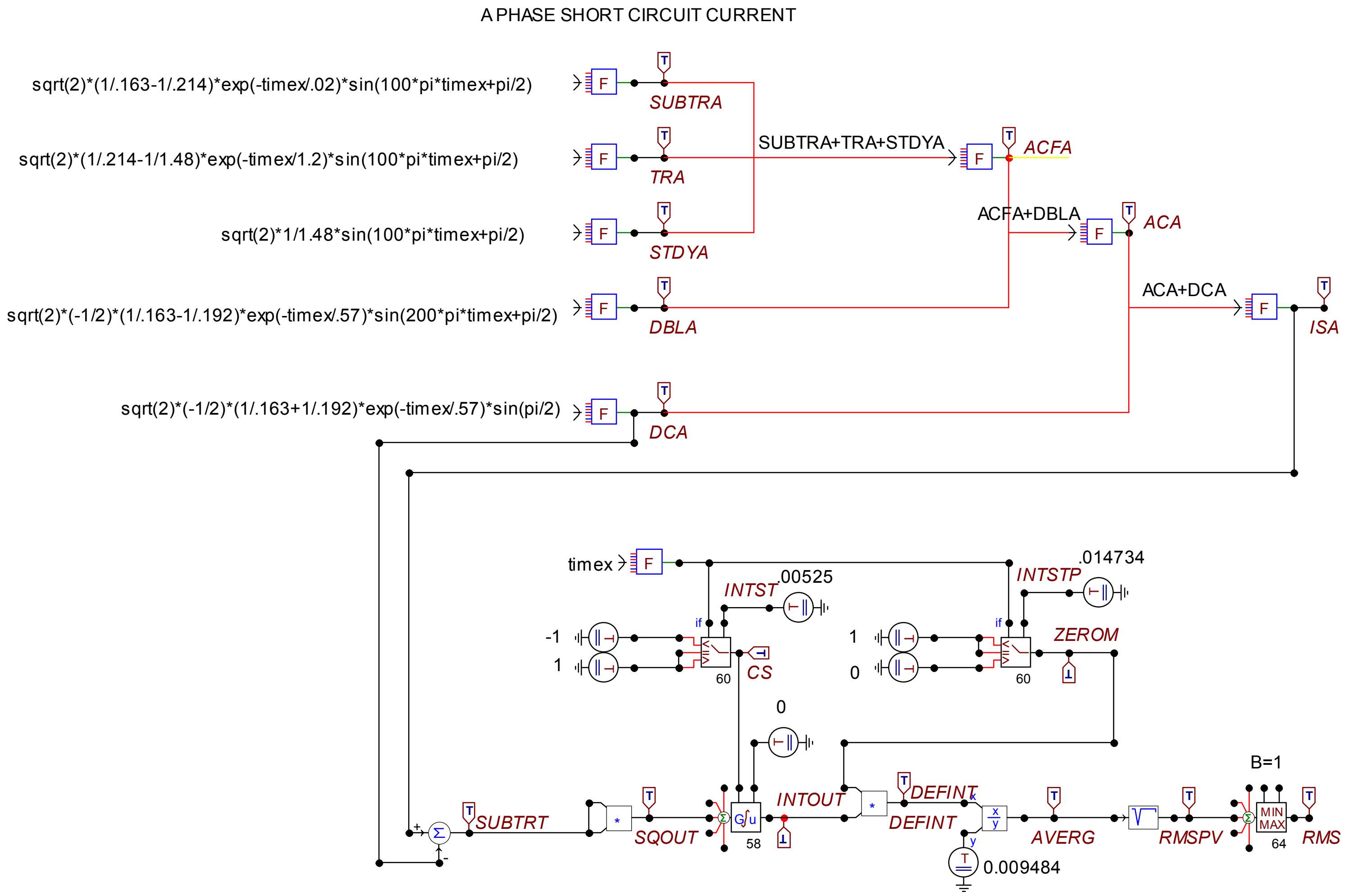


Fig. 9.7-2 減衰する交流電流に減衰する直流電流が重畳した電流の実効値計算用 Project file

実効値を計算させるために最初に A と B の時間を読み取ります。
この読み取りをできるだけ正確にするため計算刻み時間を 1E-6 sec.と細かくしまいます。最大計算時間は 40 msec.にして計算させます。この段階では積分時間が未定ですが後で正しい時間に訂正して再計算すればよいのでとりあえず積分時間には適当な値を入れて計算させます。

すると PlotXWin から
A =5.25E-3 sec. , B =14.734E-3 sec. とプロット波形から読み取れます。
この値を Project file の実効値計算回路に反映させた上で最終計算させます。
Fig. 9.7-2 の Project file はこのようにして求めた時間を反映しています。

最終計算の結果は次のようになります。

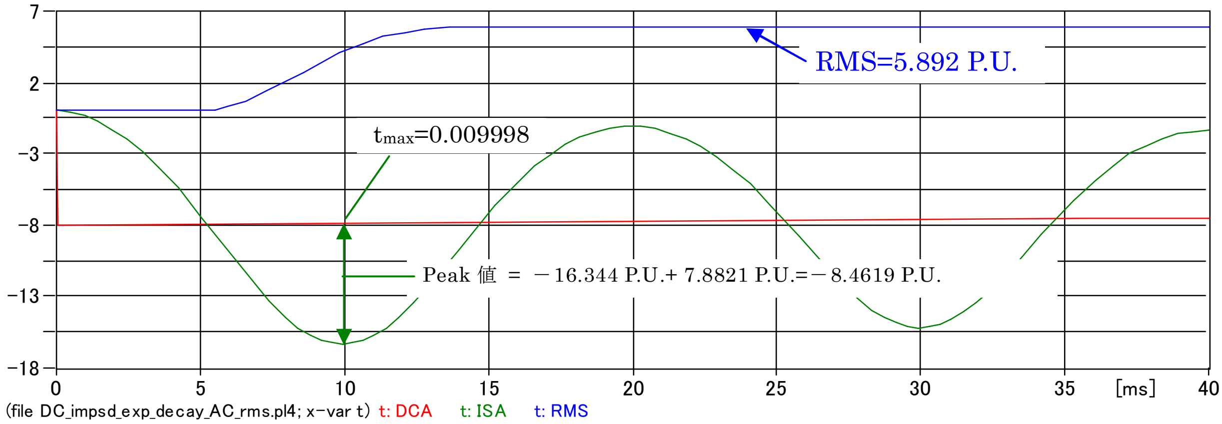


Fig. 9.7-3 実効値計算結果と Peak 値

A-B 間の Peak 値は-8.4619P.U. at 9.998 msec.であり、これの$1/\sqrt{2}$は 5.9834 P.U.です。
この最大値は PlotXwin 上でカーソルを移動させて探せます。

一方、Fig. 9.7-2 で得られる$t = 5.25E-3 \sim 14.734E-3$ 間の実効値は 5.892 P.U.となります。

Peak 値の$1/\sqrt{2}$として実効値を簡易的に求めた値には少し誤差があることがわかります。

9.8 減衰する直流電流に交流の実効値の考え方を適用すると・・・

突発短絡時に流れる指数関数で減衰する直流電流に交流電流の実効値を求める考え方を適用すると、どうなるか検討してみます。
直流には実効値は定義されていませんが、この考察をすることで直流電流と実効値の関係が見えてきます。

交流の実効値、RMS(Root Mean Square) は瞬時値の二乗平均平方根と定義されるので、
時間 $t_1 \sim t_1 + \Delta t$ 間の電流であれば次式になります。

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_1+\Delta t} i^2 \quad dt} \qquad (9.8\text{-}1)$$

結論から言うと指数関数で減衰する直流に RMS の考えを適用すると、この実効値は元の減衰する指数関数の値になります。

なぜなら、減衰する指数関数を二乗し、それのごく短い区 t_1 と $t_1 + \Delta t$ 間の平均値を精度良く求めるために $\Delta t \to 0$ の極限を考えれば時刻 t_1 の指数関数の二乗です。それの平方根を取れば時刻 t_1 における元の指数関数値になります。このように全ての時刻における瞬時値の二乗平均平方根をプロットすれば元の指数関数になります。

つまり、交流の実効値の定義にしたがって、指数関数で減衰する直流に対し実効値のようなものを求めると元の指数関数になり、指数関数で減衰する直流電流そのものが実効値に相当していることがわかります。

時間と共に大きさが変化しない狭義の直流電流も RMS(二乗平均平方根)の考え方を適用すれば直流電流そのものが実効値に相当するという結果が得られます。

以上のことが直流に対して実効値が定義されていない背景ではないかと考えます。

尚、指数関数で減衰する電流を直流としている理由は極性が不変であるからです。
通常直流といえば時間に対して大きさが一定の電圧、電流を指しますが、広義には
電圧、電流の極性が不変(極性がプラス又はマイナスで一定である)電圧、電流を直流と言います。
このため極性が変わらない脈動電圧や脈動電流、極性が変わらない指数関数で変化する電圧、電流も直流です。

9.9 指数関数で減衰する直流に RMS Meter を適用できるか

9.8 項のごとく指数関数で減衰する直流電流に対し、交流の実効値を求める考え方を適用すると実効値は元の指数関数になります。
TACS の Device に 66 番の RMS meter があります。これを指数関数で減衰する直流電流に適用し動作を確認してみます。
この検討の Project file は次のとおりです。

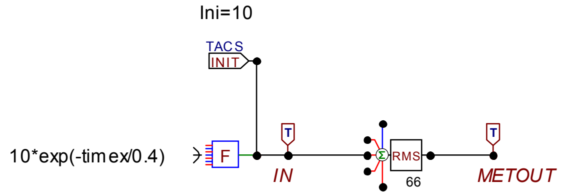


Fig. 9.9-1 指数関数で減衰する直流に RMS Meter を適用した Project file

結果は Fig. 9.9-2 の如くなります。
赤のプロットは $10 \cdot \exp(-t/0.4)$ の指数関数で減衰する直流電流です。
この入力信号 $10 \cdot \exp(-t/0.4)$ に RMS Meter を接続した結果の出力は緑のプロットです。

もし RMS Meter が指数関数で減衰する直流に対しても正しい結果をだすなら、前項の結論から $10 \cdot \exp(-t/0.4)$ のプロットに一致する筈ですが両者は一致しておらず、RMS Meter は正しい結果を示していません。よって本項の結論は指数関数で減衰する直流に RMS Meter は適用できないということになります。
この結果は RMS Meter の適用範囲を超えて指数関数で減衰する直流に適用したためと考えられます。

尚、Fig. 9.9-1 の RMS Meter の周波数設定は直流なので周波数は 0 としています。

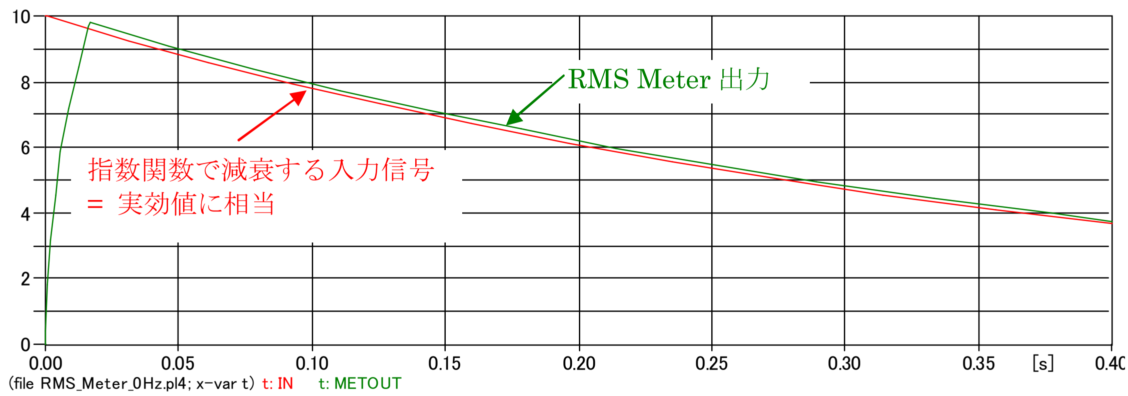


Fig. 9.9-1 RMS Meter は指数関数で減衰する直流入力信号には正しく機能しない

以上