

2007/08/02

Rev. 0

Rev. 1 2016年7月22日 URL 追記

過渡直流分電流と時定数

ATP (EMTP) の小さな研究室

高橋賢司著

当研究室のその他の解説書は下記からアクセスできます。

<http://atp-empt-research.o.o7.jp/>

過渡直流分電流と時定数

序

電気回路はスイッチの投入、解放または短絡などの突発事故が発生すると直流回路はもとより、交流回路でも時間と共に指数関数で増加又は減衰する直流電流が流れます。この直流電流(以下に過渡直流分電流と称します)が、流れるといろいろな不具合を発生させます。

例えばこの過渡直流分電流が交流回路に流れると CT(計器用変流)の鉄心飽和などを引き起こし、保護継電器の正常な動作を妨げます。

これらの異常現象の原因の特定のために、現象発生後に電力系統構成機器の点検を行っても原因は過渡直流分電流によって引き起こされているため、点検によって異常現象の原因を特定することは困難です。

しかし過渡直流分電流に関する知識を有し、以下に紹介している ATP(Alternative Transient Program)を使用すれば、これら異常現象の解明に役立つはずと考えます。

このようなわけで、本稿では過渡直流分電流についてできるだけ平易に基礎から解説しました。

直流回路の過渡電流と単相交流回路の過渡直流分電流は基本であるので詳しく説明しています。その後、三相交流回路の過渡直流分電流に言及し、三相回路については中性点接地方式で過渡直流分電流の分布が異なる点を説明しています。

本稿を通読して戴けると、過渡直流分電流について基本的な知識が得られるものと思います。

電気回路は煎じ詰めれば、おなじみの抵抗、インダクタンス、キャパシタンスと電源から成り立ち、定常状態における電圧、電流などの実効値ベースの諸量は単純な計算で把握できますね。

しかし、スイッチの投入、事故発生直後の過渡現象の回路電流を求めるには回路の電圧に関する微分方程式を解かないと過渡電流の式が求まりません。この微分方程式を解くという作業があるため、回路が複雑になると過渡電流が実際どういう式又は波形になるかという点がなかなか見えて来ません。この事情が過渡直流分電流をわかりにくくしているように思います。

数式は正確で、且つ数式から傾向も明確に読み取れるので極めて大切であることは言うまでもありませんが、過渡現象については数式による解法が常に楽であるとは限りません。ほんの少し回路が複雑になるだけで、例えば抵抗、インダクタンス、およびキャパシタンスの直列回路になると、この回路の過渡電流は二階微分方程式を解いて求めることになり、最終的な回路電流の式を求めるまでかなりの労力を要します。

しかしながら現在ではこの労力緩和に対して朗報があります。

それはパソコン上で動く ATP という極めて優れた電気の汎用シミュレーションプログラムを利用することができるからです。

これを使えば複雑な微分方程式を解く作業から開放され、本来の電気回路の物理的な思考が継続できて、電力系、パワーエレクトロニクス系の過渡現象のシミュレーションを極めて楽に行えるようになっていきます。

ATP は ATP Licensing Term に同意し、署名すれば企業(団体)、個人で royalty-free で使用することができます。ATP の更なる詳細については次の JAUG(Japanese ATP User Group)の HP を参照してください。

<http://thunderbird.kuee.kyoto-u.ac.jp/jaug/index.htm>

本稿中には ATP を紹介する意義も兼ねて ATP で計算した結果を随所に挿入してあります。

ATP は過渡解析のみならず定常状態の電気回路諸量を求めことや、潮流計算もできます。このプログラムには電力関係の変圧器、同期機、誘導機のモデルも完備されているので電力システムに発生するさまざまな現象のシミュレーションが汎用的に可能となっていて、電気技術者にとって必須のシミュレーションプログラムです。非対称故障計算なども ATP を使えば極めて楽

に計算することができます。

この ATP は ATPDraw というグラフィカルユーザーインターフェースを有していますので、各種の回路アイコンを呼び出して、それらを PC の画面上で接続して計算させれば各種の諸量の波形応答を簡単に求めることができます。

また数式の演算については現在では PC 上で動く各種の数式処理プログラムも入手できるので必要により、それらを併用することでシミュレーション結果のチェックなどに極めて役立ちます。

本稿では根拠を示すためにある程度微分方程式も紹介していますが、敢えて言うところを解くのが不得手でも大丈夫です。

「敢えて言う」という意味は一般に電気を学ぶ上で数学的素養が必要ですが、一般的には高いレベルの数学的素養はなかなか獲がたいものです。だからと言って電気の勉強をあきらめることは無いと思います。ATP を使えば簡単に電流をはじめ回路の諸量を求めることができますから。ATP を使って電気を興味をもって勉強し、徐々に数学的素養を含めてレベルアップをはかるというアプローチがあっても良いのではと考えるからです。

したがって、本稿中の数式にもあまりとらわれないで、解説してある内容を把握するようにして戴ければと願う次第です。

尚、本稿では抵抗は R 、インダクタンスは L 、キャパシタンスは C として表現します。従って抵抗とインダクタンスの直列回路は $R \cdot L$ 直列回路、抵抗とキャパシタンスの直列回路は $R \cdot C$ 直列回路と称しています。

今回は過渡直流分電流と時定数の解説と ATP を使えばきわめて楽に電気回路の現象を把握できることを紹介する点に主眼を置いているため、ATP を使いこなす上でのコツがほとんど入っていません。これらについては今後解説版を作成する予定です。

本当に現在は電気を楽に勉強するのに便利な時代になっています。是非 ATP を使って電気を楽しみながら学習してください。

なお、この解説集は自由に Copy, 配布してかまいません。

目次

1. 簡単に指数関数と時定数の復習をしておきましょう.....	6
2. 直流回路の過渡電流と時定数.....	7
2-1 R-L 直列回路の過渡電流と時定数.....	7
1) R-L 直列回路が基本的で大切な回路.....	7
2) R-L 直列回路で過渡電流が増加する時の過渡電流の式と時定数.....	7
3) 時定数と 63.21% の関係.....	10
4) 時定数と 36.79% の関係.....	10
5) R-L 直列回路で過渡電流が減衰する時の過渡電流の式と時定数.....	12
6) R-L の直列回路の回路開放時の電圧減衰について.....	13
7) 絶縁抵抗 RG の抵抗値が大きくなると過渡時のインダクタンス電圧はどうなるかな...16	
2-2 R-L 並列回路の過渡電流と時定数.....	17
2-3 R-C 直列回路の過渡電流と時定数.....	18
1) R-C 直列回路は基本的な回路.....	18
2) R-C 直列回路を充電時する時の過渡電流の式と時定数.....	18
3) R-C 直列回路が R-L 直列回路と大いに異なる点.....	19
4) キャパシタンス電圧も同じ時定数を持つ指数関数で増加すること.....	20
5) R-C 直列回路が放電する時の過渡電流の式と時定数.....	20
2-4 R と C 回路の並列回路の過渡電流と時定数.....	22
2-5 時定数の単位.....	22
1) 時定数 L/R の単位.....	22
2) 時定数 $C \cdot R$ の単位.....	22
3. 単相交流回路の過渡電流と時定数.....	23
3-1 R-L 直列回路の過渡直流分電流と時定数.....	23
1) 過渡直流分電流が 0 になる特殊な投入タイミングについて.....	24
2) なぜ直流分が発生したり、しなかったりするのかな.....	25
3) 交流回路に流れる過渡電流と過渡直流分電流はどういう形になるだろう.....	26
4) 過渡直流分電流はどこから供給されるのだろう.....	26
5) R-L 直列回路で過渡直流分電流が最大になる条件はどういう時だろう.....	27
6) ATP で過渡直流分電流を計算する方法の紹介.....	29
3-2 R-C 直列回路の過渡直流分電流と時定数.....	30
1) 過渡電流の一般式はどうなるかな.....	30
2) R-C 直列回路の最大過渡直流分電流と回路電流波形の一例.....	31
3) R-C 直列回路で過渡直流分電流が最大になる投入位相.....	32
4) R-C 直列回路で過渡直流分電流が最大になる電源位相を求める式.....	35
5) R-C 回路の過渡直流分電流が最大になる投入タイミングとは.....	35
6) 過渡直流分電流が最大になる投入位相 θ に関するベクトル図.....	36
7) 交流電流が 0 (A) の位相で投入すると最大の過渡直流分電流になる理由.....	37
8) 過渡直流分電流が流れ無い投入位相とは.....	37
4. 時定数の覚え方.....	38
4-1 C-R 直列回路時定数の覚え方.....	38
4-2 R-L 直列回路の時定数の覚え方.....	38
5. 三相交流回路の過渡直流分電流と時定数.....	40
5-1 中性点直接接地の非対称三相回路の回路電流と過渡直流分電流の計算.....	41
1) ATP で単相回路として計算し、中性点電流は重ねの理で求める方法.....	41
2) 三相回路で ATP で計算する方法.....	43
3) 計算式による方法.....	45
5-2 対称三相回路の回路電流と過渡直流分電流の計算.....	47
1) A 相回路電流と A 相過渡直流分電流.....	47

2) B相回路電流とB相過渡直流分電流.....	47
3) C相回路電流とC相過渡直流分電流.....	47
4) 中性点回路電流と中性点回路過渡直流分電流.....	48
5-3 非接地系の非対称三相回路の過渡電流と過渡直流分電流.....	49
1) 電流還流ルートと重ねの理による回路電流の求め方.....	50
2) ATPにより三相非接地系回路から回路電流と過渡直流分電流を計算した結果.....	51
6. まとめ.....	55
1 指数関数と時定数の復習のまとめ.....	55
2 直流回路の過渡電流と時定数のまとめ.....	55
2-1 R-L直列回路の過渡電流と時定数.....	55
2-2 R-L並列回路の過渡電流と時定数.....	56
2-3 R-C直列回路の過渡電流と時定数.....	56
2-4 RとCの並列回路の過渡電流と時定数.....	56
2-5 時定数の単位.....	56
3. 単相交流回路の過渡電流と時定数のまとめ.....	56
3-1 R-L直列回路の過渡直流分電流と時定数.....	56
3-2 R-C直列回路の過渡直流分電流と時定数.....	57
4. 時定数の覚え方のまとめ.....	57
5. 三相交流回路の過渡直流分電流と時定数のまとめ.....	57
5-1 中性点直接接地の非対称三相回路の回路電流と過渡直流分電流の計算.....	57
5-2 対称三相回路の回路電流と過渡直流分電流の計算.....	57
5-3 非接地系の非対称三相回路の過渡電流と過渡直流分電流の分布.....	58

1. 簡単に指数関数と時定数の復習をしておきましょう

最初に簡単に指数関数と時定数の復習をしておきましょう。

過渡時の電流、電圧は時間と共に減衰又は増加し、それらの電流や電圧の時間変化は時定数を含んだ指数関数で表現されます。

一般に指数関数は $f(x) = a^x$ で表され、 a のことを指数関数の底と言い、 x を指数、 $f(x)$ を a を底とする指数関数と言いますね。

電気回路で使われる指数関数の底は良くご存知のとおりもっぱらこの e が使われます。

この e の値は $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = 2.7182818284590452354 \dots$ という数です。この数はネイピア数と言う名前で知られています。

この e を底とした指数 x の指数関 $f(x)$ は $f(x) = e^x$ 又は $f(x) = \exp(x)$ と表されます。

直流回路の R-L 直列回路又は R-C 直列回路の過渡電流は、この e を底として、電流が減衰する時は、初期値を $I_{initial}$ 、経過時間を t 、時定数を T (sec.*) とすれば、

$$i(t) = I_{initial} \cdot \exp(-t/T) \quad \text{と表されます。}$$

また、電流が増加する時は

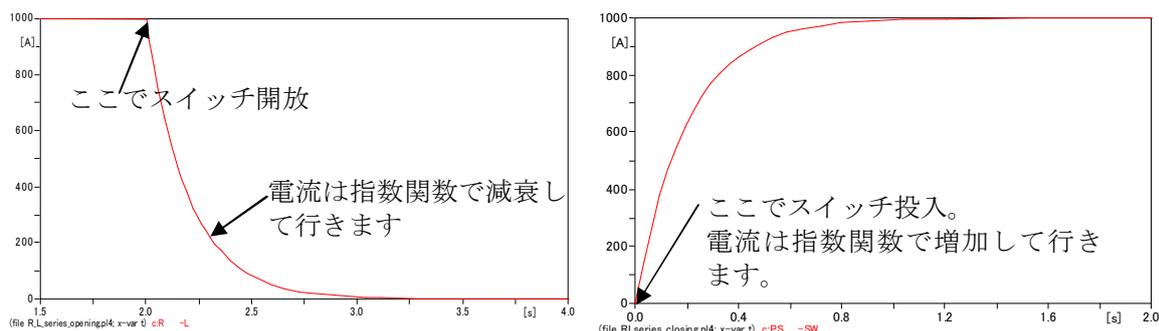
$$i(t) = I_{steady} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right)\right) \quad \text{と指数関数と時定数を使って表現できます。} I_{steady} \text{ は増加}$$

した後の定常電流値です。このような数式で過渡電流を表現できる理由は以下の項目で解説しています。

尚、指数関数で電流が増加又は減衰することを電流が **Exponential** に増加する、または減衰すると一般に称しています。

これらの式で表される過渡電流波形を下図に示しましょう。例えば時定数が 0.2sec. であって減衰する場合(下図左側)と増加する場合(下図右側)の過渡電流波形は下図のような指数関数曲線になります。指数関数で過渡変化している部分の電流を過渡電流と称します。

下図は序のところで紹介した ATP で計算した結果のプロットです。



尚、上記で直流回路の過渡電流と断っていますが、実は交流回路でもスイッチの投入、開放や事故発生などで回路に過渡変化が発生すれば、回路中に指数関数で変化する過渡直流分電流が流れ、過渡直流分電流は回路定数 R,L 又は C で決まる時定数で変化します。直流回路の回路定数と交流回路の回路定数(R,L,C の値)が同一であれば時定数も同一になり過渡直流電流は同じ増加速度又は減衰速度で変化します。

* 時定数の単位が sec.になることは 2-5 で説明しています

交流回路で電源電圧が一定で回路が定インピーダンスであれば時定数はこの過渡直流分電流のみに作用します。

このように直流回路の過渡直流電流と時定数の関係が交流回路の過渡直流分電流と時定数の基本になっているので、直流回路の過渡電流と時定数の解説から始めています。

では、早速過渡時の電流が上の式のように時定数の指数を持つ指数関数で表される理由を説明しましょう。

2. 直流回路の過渡電流と時定数

直流回路の時定数と言うと交流回路で無いので使われる頻度が少なく、あまり関係無いと思われるかも知れませんね。しかし交流回路でも既に述べたように直流回路と同じく、過渡時に過渡直流分電流が流れ、この過渡直流分電流は時定数で減衰、増加します(なぜそうなるかという理由は後述してあります)。

従って最初に交流回路過渡現象の基礎を作るために直流回路で過渡直流電流の時定数から学びましょう。

2-1 R-L 直列回路の過渡電流と時定数

1) R-L 直列回路が基本的で大切な回路

回路の接続形態として R-L 直列回路、L だけの回路、R と L の並列回路、R と R-L 直列回路の並列回路などが考えられますが、これらの内、R-L 直列回路がもっとも大切な基本回路です。他の回路はこの回路の応用で考えることができます。

例えば L だけの回路は R-L 直列回路で $R \rightarrow 0$ の場合に相当し、R-L 直列回路と R、又は L、又は R-L 直列回路が並列になった回路では個々の並列回路に流れる過渡電流をそれぞれの並列回路ごとに電源電圧との関係で独立して検討して行けば良く、電源に流れる過渡電流はこれらの合成過渡電流として求めることができますから。

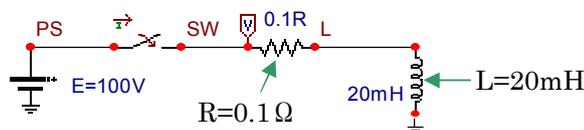
ということで先ず R-L 直列回路から検討して行きましょう。

2) R-L 直列回路で過渡電流が増加する時の過渡電流の式と時定数

今下図の電源電圧が $E(V)$ の直流回路で、回路抵抗が R、インダクタンスが L の回路でスイッチを $t=0$ で閉じた時の過渡電流を表す式を求めてみましょう。

下図で電圧値 $E=100(V)$ 、 $0.1R$ とは抵抗値 $0.1(\Omega)$ であることを示しています。

インダクタンス値は 20 mH です。尚、下図は ATP で使用している人間系とパソコンの仲立ちをしているグラフィカルユーザーインターフェースである ATPDraw というプログラムの画面をコピーしたものです。(このように使用するアイコンが電気工学のものと似ています)



この回路ではキルヒホフの第一法則から次の回路電圧に関する微分方程式が成立しますね。

$$L \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) = E \quad (1)$$

この微分方程式を初期条件 $t=0$ で $i(t)=0$ を入れて解けば、過渡電流は次のように得られます。

$$i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\frac{L}{R}}\right) \right) = I_{steady} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \right) \quad (2)$$

ここで、 $I_{steady} = \frac{E}{R}$ 、 $T = \frac{L}{R}$ です。この T が時定数ですね。

このように過渡電流の指数関数の式と時定数は、回路の微分方程式に初期条件を入れて解くことにより、導き出されるのですね。

また時定数 T は、

$$T = \frac{L}{R} \quad (3) \quad \text{と } R \text{ と } L \text{ の回路定数をもって表現され、インダクタンス値}$$

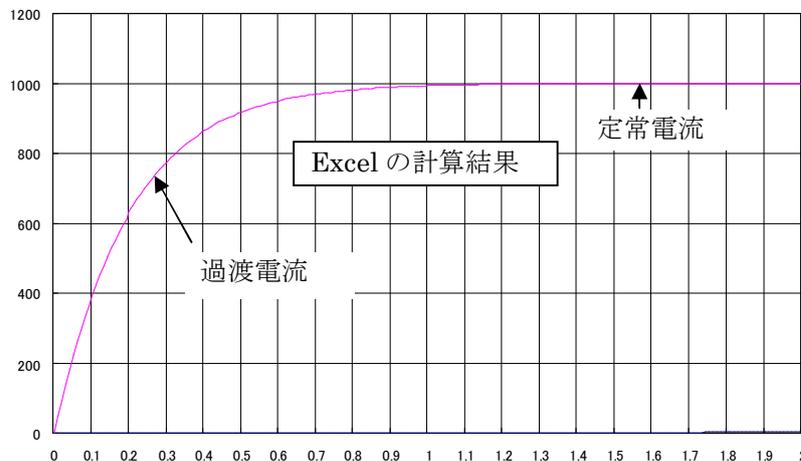
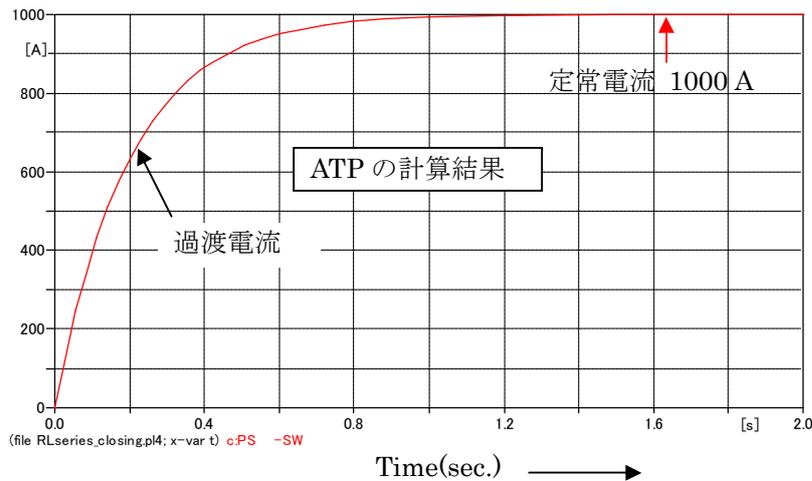
が大きいほど、また抵抗値が小さいほど時定数は大きくなるのがわかります。

時定数は(2)式のように指数関数の指数部の分母に入って来ますよ。

この(2)式に従って $t=0 \sim 2 \text{ sec.}$ 間の電流変化を例えば Excel などでも計算しても、また ATP で回路電流を計算させても結果は下図の如く、回路電流は指数関数で増加する曲線になり、時間経過

と共に定常電流値に漸近し、最終的に定常電流、 $I_{steady} = \frac{E}{R}$ になります。

この場合の時定数は $L/R = 20 \times 10^{-3} / 0.1 = 0.2 \text{ sec.}$ です。



R-L 直列回路の直流回路で過渡電流はこのように直ちに最終値になることができず、時間と共に指数関数で増加して行きますが、これはインダクタンスの電流の急変を妨げる作用に起因しています。後述しますが交流回路の R-L 直列回路で過渡電流が流れる原因もこのインダクタンスの作用によるものです。(R-C 直列回路の過渡電流は別の原因で指数関数に従って変化します。これらについては 2-3 で解説してあります)

簡単に微分方程式の解を求めることができれば正確であり、且つ結果の数式から傾向も明確に読み取れるので最善の方法ですが、微分方程式を解いて過渡電流を求めるアプローチが常に楽であるとは限りません。例えば回路が少し複雑になって R-L-C の直列回路になると 2 階微分方程式になり、これを解くにはかなりの労力を要します。

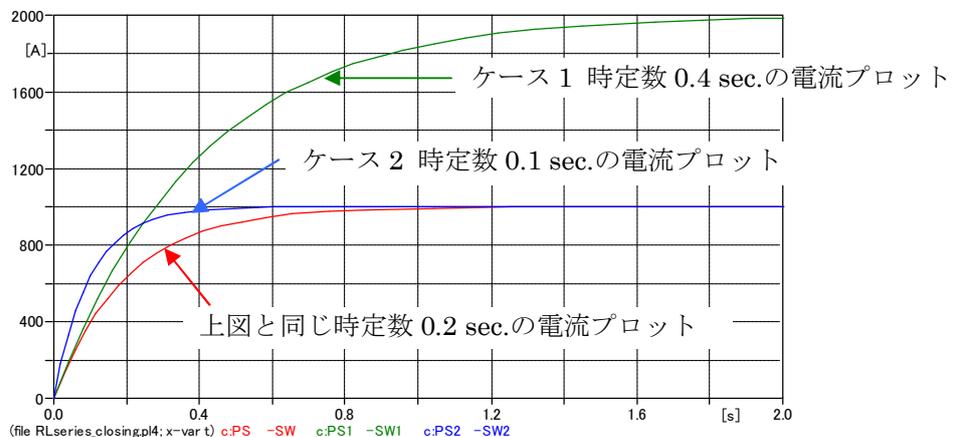
一方 ATP を使用すれば ATP に用意されている各種回路アイコン(電源、抵抗、インダクタンス、キャパシタンスなど)を配置して線で結んで回路を構成したら、次にこれらアイコンにデータ(電源電圧、抵抗値、インダクタンス値、キャパシタンス値など)を入力し、最後に計算条件(計算刻み時間、計算時間長など)を指定して計算させることで過渡電流や過渡電圧をたちどころに得ることができ、それらを波形として表示することができます。つまり回路電流を求めるために微分方程式を立ててそれを解く労力は不要になります。

このため ATP は複雑な回路の過渡現象には無くてはならないプログラムです。

回路定数を次のように変えた場合の ATP で計算した回路電流変化を下図に上図のプロットと一緒に示します。

ケース 1 抵抗値だけを 0.1Ω から 0.05Ω に変更→時定数は 0.4 sec のケースです。

ケース 2 インダクタンス値だけを 20 mH から 10 mH に変更→時定数は 0.1 sec のケースです。



いかがですか、これらのプロットから時定数が短ければ早く過渡変化が修了し、最終的な定常値に早く達することが良くわかりますね。このように時定数が過渡変化の早さの目安になります。

このように直流回路であっても回路に過渡変化が生ずる場合、インダクタンスの効果で電流は急変できず図の如く時定数で指数関数状に変化します。

直流回路が定常状態になっていればインダクタンスは何も作用しないのでインダクタンスの存在は無視できますが、このように直流回路であっても過渡時はインダクタンスが電流の変化を妨げる働きをするので直流回路でもインダクタンスの存在を無視することはできませんね。

この点を忘れてしまっている場合が多いので要注意です。

3) 時定数と 63.21%の関係

時定数に関して、この 63.21%という数値を覚えておられる方が多いと思います。この数値は(2)式の時間 t に時定数と同じ時間を代入すると求められます。

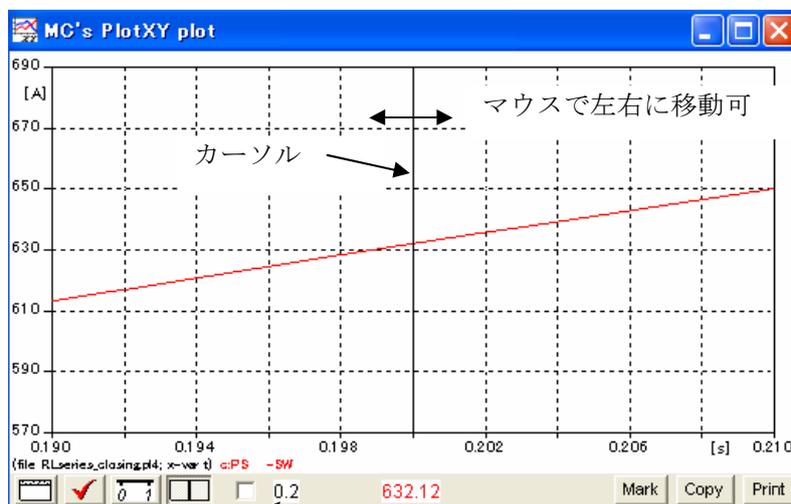
$$i(t) = I_{steady} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right)\right) = I_{steady} \cdot (1 - \exp(-1)) = I_{steady} \cdot 0.632120558 \quad (4)$$

つまり過渡現象が増加方向の場合、過渡現象発生から時定数と同じ時間が経過すれば最終定常値の 63.21%まで増加するのですね。

過渡現象が減衰する場合の時定数と 36.79%という数値の関係については次項で解説しています。

先の ATP の計算結果で時定数の 0.2 sec.の時の電流値を拡大して読むと次図の如く、1000(A)の 63.21%まで上昇しているのが読み取れます。(大きく拡大しているので直線に見えていますが指数関数で増加しています)

次図は ATP で使われているプロットプログラム PlotXY というプログラムのプロット表示画面のコピーを示しています。この PlotXY では拡大したい部分をマウスで簡単に拡大表示ができ、且つカーソルを当ててその時の値を読み取ることができます。



カーソルが 0.2 sec.の位置にあることを示します

カーソル位置 0.2 sec.の時の電流値が 632.12 Aであることを示しています。カーソルを移動して任意の時間の電流値を知ることができます

4) 時定数と 36.79%の関係

時定数に関して 36.79%の数値を記憶されている方も多いと思います。この意味について復習しておきましょう。

この 36.79%は過渡現象で注目する量が減衰する時、過渡現象発生から時定数に等しい時間後に、注目する量の初期値の 36.79%まで減衰することを示しています。

この数値は次のようにして得られます。

減衰するときの電流値は次式の形で表されます。(導き方は次の 5)で説明しています)

$$i(t) = I_{initial} \cdot \exp(-t/T) \quad (5)$$

この式の $I_{initial} = 1(A)$, $t = T$ を代入すれば

$i(t) = 1 \cdot \exp(-1) = 0.367879441$ (6) となり、時定数と等しい時間後には初期値の 36.79% に減衰するという結果が得られます。
 このように 36.79% という数値は過渡現象が減衰する場合の時定数後の初期値からの値を示しています

過渡現象が増加する時と減衰する時では時定数後の値が次のようになるのですね。

増加の時、時定数後には最終定常値の 63.21% まで増加する
 減衰の時、時定数後には初期値の 36.79% まで減衰する

尚、これら二つの%値については、どちらか一つを覚えれば後の一つは(2),(5)式の関係から、100より覚えた%値を引いて求めることができます。例えば電流減衰の時の時定数後に初期値の 36.79% まで減衰すると覚えておけば、残りの一つの%値は、電流が増加する場合は、時定数後には最終定常値の $(100 - 36.79\%) = 63.21\%$ まで増加すると簡単に出てきます。

時定数の性質についてももう少し示しておきましょう。
 電流が時定数 T で増加(減衰する時)、時間経過が $T, 2 \cdot T, \dots, n \cdot T$ 後の電流値は定常値を I_{steady} (初期値を $I_{initial}$) とすれば次のようになります。

電流が時定数で増加する場合、(4)式から

$$\begin{aligned} \text{時定数 } T \text{ (sec.) 後電流は } & I_{steady} \cdot (1 - \exp(-1)) = I_{steady} \cdot \left(1 - \frac{1}{e}\right) \\ \text{時定数 } 2 \cdot T \text{ (sec.) 後電流は } & I_{steady} \cdot (1 - \exp(-2)) = I_{steady} \cdot \left(1 - \frac{1}{e^2}\right) \\ \text{時定数 } n \cdot T \text{ (sec.) 後電流は } & I_{steady} \cdot (1 - \exp(-n)) = I_{steady} \cdot \left(1 - \frac{1}{e^n}\right) \end{aligned}$$

というように増加して行きます。
 また電流が時定数で減衰する場合、(5)式から

$$\begin{aligned} \text{時定数 } T \text{ (sec.) 後電流は } & I_{initial} \cdot (\exp(-1)) = I_{initial} \cdot \left(\frac{1}{e}\right) \\ \text{時定数 } 2 \cdot T \text{ (sec.) 後電流は } & I_{initial} \cdot (\exp(-2)) = I_{initial} \cdot \left(\frac{1}{e^2}\right) \\ \text{時定数 } n \cdot T \text{ (sec.) 後電流は } & I_{initial} \cdot (\exp(-n)) = I_{initial} \cdot \left(\frac{1}{e^n}\right) \end{aligned}$$

というように減衰して行きます。

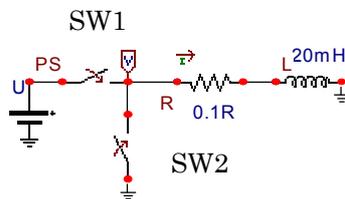
5) R-L 直列回路で過渡電流が減衰する時の過渡電流の式と時定数

過渡電流が増加する場合の 2-1 の 1) のケースでは電流増加を支配する時定数は $T = \frac{L}{R}$ でした。

過渡電流が減少して行く場合の時定数も、電流増加の時の時定数と同じ形となるのでしょうか、又時定数の大きさも等しくなるのでしょうか。これらの点について検討します。

下図に示す回路で電流が 1000(A) が流れている定常状態から SW1 を開放すると同時に SW2 を投入する場合を検討してみましょう。回路の抵抗値、インダクタンス値は 2-1 の 1) と同じ回路定数で検討します。

結論を先に言うと、電流減少の場合でも同じく $T = \frac{L}{R}$ となり、時定数は増加、減少に関わらず、回路定数が同じなら同じ時定数になります。以下にどうしてそうなるのか示します。



最初に SW1 が閉じ、SW2 が開放状態で回路が定常状態になっている状態から、SW1 を開放すると同時に SW2 を閉じると、インダクタンスに流れていた 1000A の電流はインダクタンス→大地→SW2→0.1Ω 抵抗→インダクタンスの閉回路を還流しながら減衰します。減衰するのはインダクタンスに蓄えられたエネルギーが抵抗で熱として消費されるためです。

SW1 を開放すると同時に SW2 を閉じた時、次の回路電圧に関する微分方程式が成り立ちます。

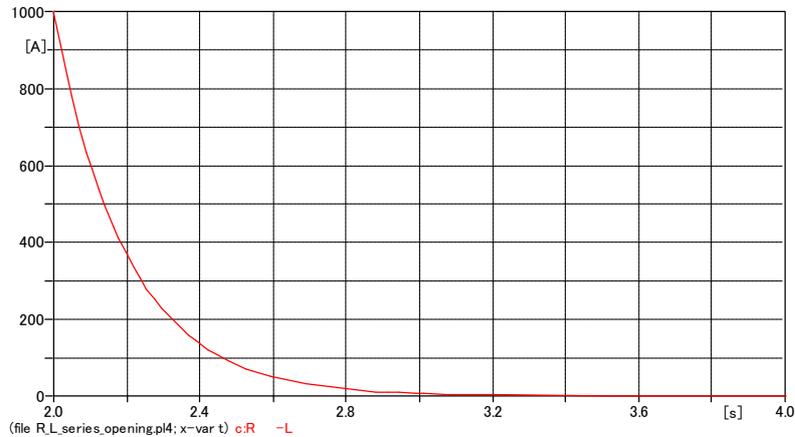
$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) = 0 \quad (7)$$

初期条件は電流が $i(0) = \frac{100}{0.1} = 1000$ (A) であるので、この条件を使ってこの微分方程式を解くと、次の式が得られます。

$$i(t) = 1000 \cdot \exp(-t/L/R) = 1000 \cdot \exp(-t/T) = 1000 \cdot \exp(-t/0.2) \quad (8)$$

この式が過渡電流減衰の式であり、時定数は 2-1 の 1) のケースで電流が増加する時の時定数と同じ 0.2 秒になっています。つまり回路定数が同じであれば過渡電流が増加する場合の時定数も、過渡電流が減衰する時の時定数も同じ L/R の時定数になるのですね。

次図は ATP で計算した $t = 2$ sec. でスイッチを解放した時の回路電流です。電流は 1000(A) から時定数の指数関数で減衰しています。



6) R-L の直列回路の回路開放時の電圧減衰について

今度は R-L 直列回路で回路を開放した時のインダクタンス部に表れる電圧の変化を検討してみましょう。過渡電圧の変化も過渡電流の時定数と同じになるか確認しましょう。

ここでは簡単な例として、下図の絶縁抵抗 RG を考慮した定常状態から、スイッチを t=0 で開放した時(電流裁断した時)、回路電流がどのように減衰するか検討します。またこの時の各部の電圧についても検討しましょう。

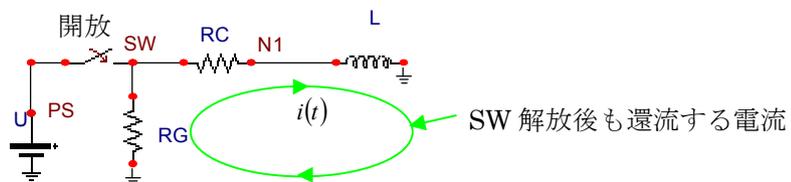
回路定数は次のとおりとします。

電源電圧 100 V

RC=100 Ω,

RG=5000 Ω

L=20 mH



回路電流はインダクタンスが入っていますから、スイッチ解放後も同じ方向に電流を流すように誘起電圧がインダクタンスに発生し、電流は上図矢印で示した向きに流れ続けますが、スイッチ開放によりこの閉回路にはエネルギーが供給されず、また各抵抗ではエネルギー損失が発生するので、インダクタンスに蓄えられていた磁気エネルギーは抵抗部で消費されて、電流は時間と共に減衰します。

スイッチを開放すると上図の閉回路で次の方程式が成立します。

$$L \cdot \frac{d i(t)}{d t} + (RC + RG) \cdot i(t) = 0 \quad (9)$$

この方程式を解くためにインダクタンスに流れている電流の初期条件が必要です。

これはスイッチ開放前の定常電流に等しく $i(0) = \frac{E}{RC} = 1(A)$ (10) です。

すると回路電流は

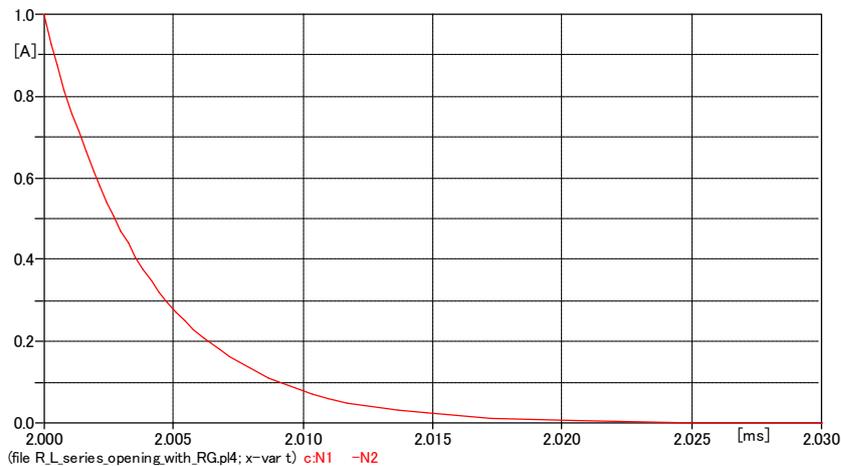
$$i(t) = \frac{E}{RC} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\frac{L}{(RC+RG)}}\right) \quad (11)$$

この式から電流が減衰する時の時定数数は $L/(RC+RG)$ です。これらに数値を代入して、

$$i(t) = 1 \cdot \exp(-255000 \cdot t) \quad (12) \quad \text{を得ます。}$$

下図はこの回路の回路電流を ATP で計算したものです。スイッチは回路が定常状態になった後の $t=2 \text{ msec.}$ で開放しています。

回路電流は下図の如く指数関数の減衰になります。



ここでは ATP で計算した結果だけを示していますが、(11)式で計算した回路電流の波形も 2msec. 後ろに平行移動すれば、ATP の計算結果と合致します。

インダクタンス部の過渡電圧の式は

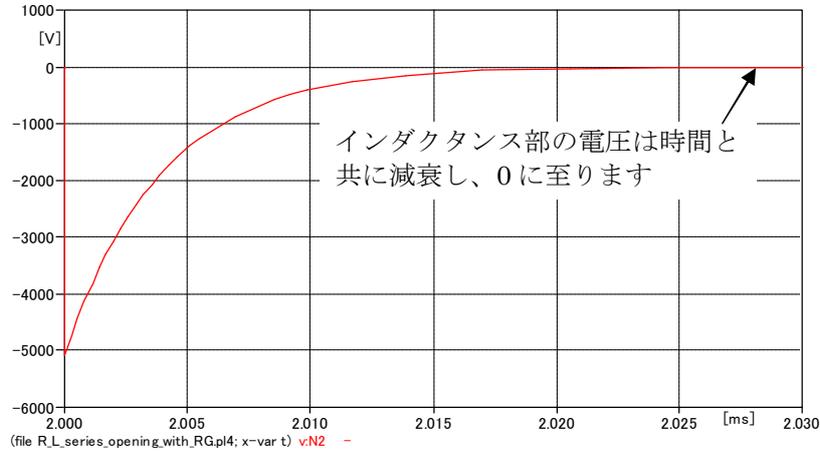
$$v_{ind} = L \frac{d i(t)}{d t} = \frac{-E \cdot (RC+RG)}{RC} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\frac{L}{(RC+RG)}}\right) = -5100 \cdot \exp(-255000 \cdot t) \quad (13)$$

ですね。

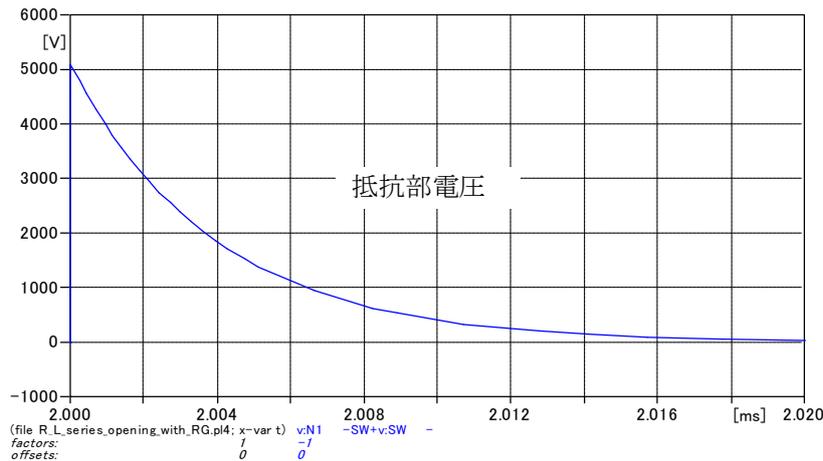
この式のインダクタンス部の電圧の時定数に御着目願います。(11)式の電流の時定数とまったく同じ時定数ですね。つまり回路が同じであれば電流が減衰する時の時定数とインダクタンス電圧の減衰時定数はまったく同じ値になります。

回路が線形回路ですから電流と電圧の時定数が同じになるのですね。

2msec.でスイッチを開放した時の(13)式による電圧プロットは次図になります。



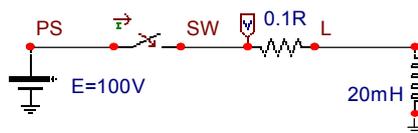
次に、抵抗部(RC+RG)における電圧は $(RC+RG) \cdot i(t)$ ですからこれをプロットすると下図の如くインダクタンス部の電圧と同じ大きさで反対極性になり、和を取れば閉回路の電圧は0になっています。スイッチ操作で起電力を取り去っていますから、これで正しいですね。



尚、回路開放の場合、単純に下図の回路で検討すれば良さそうですが、下図の回路で電流を瞬時に切る条件で検討すると現実離れた異常高電圧が発生する結果になります。

理由はインダクタンス電流を瞬時に0にしているためです。インダクタンスは定常状態の電流を維持すべく高電圧の誘起電圧を発生してしまいます。

この対策としては回路に実在する絶縁抵抗や漂遊キャパシタンスの存在を考慮し、且つ遮断時間、アーク抵抗を現実の値にすることが必要です。



7) 絶縁抵抗 R_G の抵抗値が大きくなると過渡時のインダクタンス電圧はどうか
 前項と関係しますが、回路と大地間に存在する R_G の抵抗値が大きくなるとインダクタンス部の電圧がどういう傾向になるか検討してみましょう。

回路電流は前述のとおり

$$i(t) = \frac{E}{RC} \cdot \exp\left(-\frac{(RG+RC)\cdot t}{L}\right) \quad (14) \quad \text{ですから、インダクタンス部における}$$

電圧は

$$v_{ind} = L \cdot \frac{d i(t)}{d t} = -\frac{E(RC+RG)}{RC} \cdot \exp\left(-\frac{(RC+RG)\cdot t}{L}\right) \quad (15) \quad \text{になるので}$$

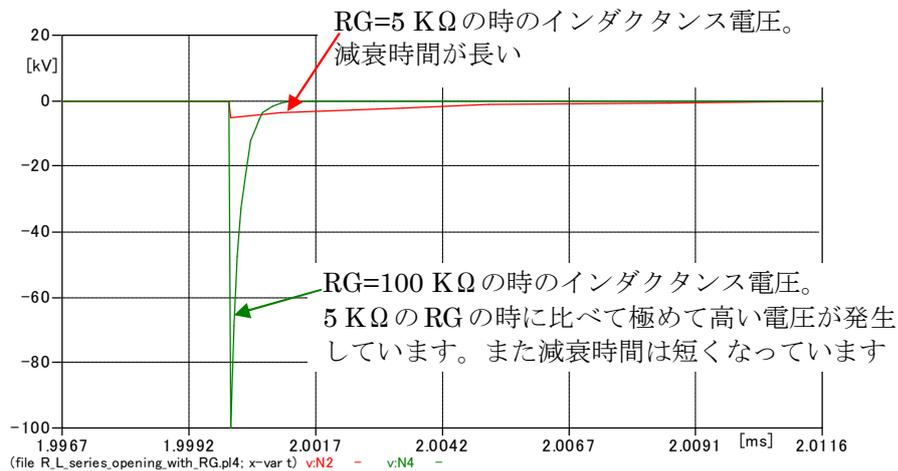
この右辺に R_G を除いて回路定数を代入し、且つ R_G が大きな値であるとする次式が得られます。

$$v_{ind} = -(100+RG) \cdot \exp(-50(100+RG)\cdot t) \approx -RG \cdot \exp(-50\cdot RG\cdot t - 5000) \quad (16)$$

この式からインダクタンス回路を開放する場合のインダクタンス電圧に関して、次の大切な傾向がわかります。

- 1) スイッチを開放した瞬間のインダクタンス部の電圧の初期値は R_G にほぼ比例して大きくなります。
- 2) 発生電圧は R_G の大きさに比例して高くなりますが時定数が R_G に比例して短くなるので発生した高電圧は短時間に減衰するようになります。

一例として ATP でシミュレーションした、 R_G を $5\text{K}\Omega$ と $100\text{K}\Omega$ にした時に発生するインダクタンス電圧の波形を下図に示します。接地抵抗を大きくした結果、 $5\text{K}\Omega$ の接地抵抗の時の電圧に比して大幅に発生電圧が高くなり、減衰時間も短くなっているのがわかりますね。

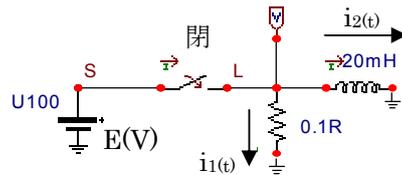


2-2 R-L 並列回路の過渡電流と時定数

次に下図の回路でスイッチを閉じた時のインダクタンスに流れる過渡電流を検討してみましょう。

この検討は少々興味深いですよ。

結論から先に言いますとインダクタンスに完全に抵抗分がなければ、電流は指数関数では増加せず、なんと直線状に増加します。どうしてそうなるか以下に説明致します。



まず抵抗を流れる回路電流ですが、抵抗回路の電流はスイッチが閉じられると、抵抗では電流変化を妨げる働きがありませんからスイッチ閉と同時に直ちに $i_1(t) = \frac{E}{R}$ の定常電流になります。

興味深いのはインダクタンスに流れる電流 $i_2(t)$ です。

インダクタンスに流れる電流を $i_2(t)$ とすると、インダクタンス回路で次の方程式が成り立ちます。

$$L \cdot \frac{d i_2(t)}{d t} = E \quad (17) \text{ の方程式が成り立ち、}$$

この方程式に初期条件 $i_2(0) = 0$ を入れて解くと、

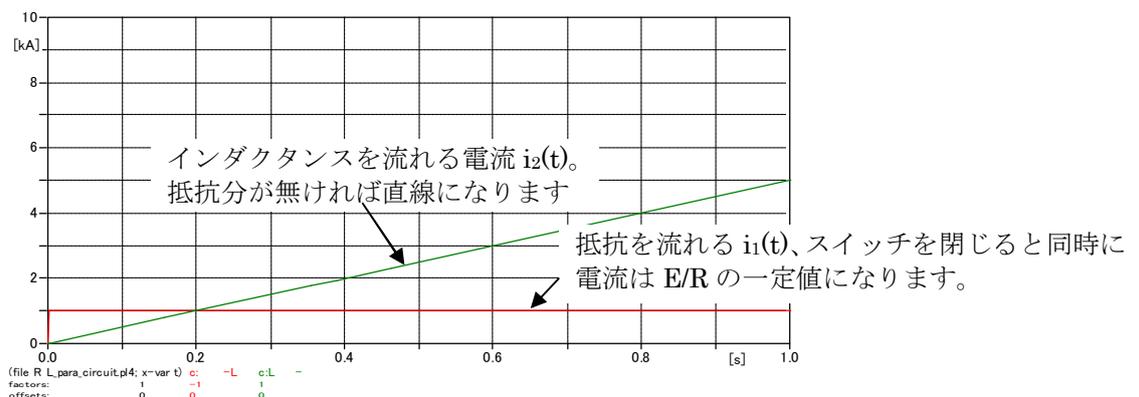
$$i_2(t) = \frac{E}{L} \cdot t \quad (18) \text{ となります。}$$

この電流は E/L の勾配を持つ直線ですね。

この電流を ATP で計算し、プロットすると下図になります。

このケースでは $E/L = 100 / (20 \cdot 10^{-3}) = 5000$ です。下図のプロットからもインダクタンス電流は 1 sec.後に 5KA になる直線になっていますね。

R,L が直列になっている回路では指数関数状に電流は変化しますが、インダクタンスの抵抗分が完全に 0 であれば、インダクタンス電流は指数関数状に変化せず、電流は時間と共に直線状に増加を続けることがわかります。



さてインダクタンス回路で、インダクタンスの抵抗分 r が極めて小さい場合の時定数について考えてみましょう。

すると回路はインダクタンスの微小抵抗とインダクタンスの直列回路になるので、時定数は上記の R-L 直列回路で述べた如く、 $T = L/r$ となります。

ここで抵抗値が微小であれば電流は時定がきわめて大きな指数関数となるので、その場合回路電流はマクロ的に見れば指数関数状に変化しているのですが、時定数が極めて大きいため一見すると時間と共にほぼ直線状に電流は増加するように見えます。

この場合、最終的に指数関数変化の後で到達する電流の式は前述の(2)式が使える、

$$i_2(t) = \frac{E \left(1 - \exp\left(\frac{-r \cdot t}{L}\right) \right)}{r} \text{ から } i_2(t) = E/r \text{ の値になります。}$$

この例からもおわかりのように R-L 直列回路は R-L 並列回路にも応用が効くいわば基本的な回路です。同じ理由で以下に述べる R-C 直列回路の過渡電流の式は R-C 並列回路にも適用できる基本回路です。

2-3 R-C 直列回路の過渡電流と時定数

1) R-C 直列回路は基本的な回路

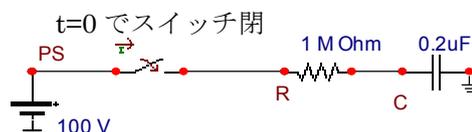
回路の種類として R-C 直列回路、C だけの回路、R と C の並列回路、などなどが考えられますが、これらの内、R-C 直列回路がもっとも大切な基本回路です。この回路をしっかりと学べば他の回路はその応用で考えることができます。

例えば C だけの回路は R-C 直列回路で R→0 の場合に相当し、R-C 直列回路と R、又は C、又は R-C 直列回路が並列になった回路では個々の並列回路に流れる過渡電流をそれぞれの並列回路ごとに電源電圧との関係で独立して検討して行けば良く、電源に流れる過渡電流はこれらの合成過渡電流として求めることができます。

2) R-C 直列回路を充電時する時の過渡電流の式と時定数

下図の回路で t=0 でスイッチを閉じた時の過渡電流と回路時定数を求めて見ましょう。

キャパシタンスは充電されていない状態としています。



この回路で抵抗を R、キャパシタンスを C、電源電圧を E、回路電流を $i(t)$ とすれば次の方程式が成立しますね。

$$R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = E \quad (19)$$

この式を解くために、(19)式の電流 $i(t)$ を電荷 $q(t)$ を用いた表現に変形します。

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (20) \quad \text{なのでこれを(19)式に代入すれば電荷に関する次の微分}$$

方程式が得られます。

$$R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q(t) = E \quad (21)$$

この式を初期条件 $q(0) = 0$ を入れて解くと

$$q(t) = C \cdot E \cdot (1 - \exp(-t/(R \cdot C))) \quad (22)$$

電流の式を求めるために、この式を微分します。すると次の過渡電流の式が得られます。

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right) \quad (23)$$

この過渡電流は $t=0$ で初期値 E/R であって、その後時間と共に指数関数で減衰する次項で示す曲線となります。

(23)式の指数部の分母に入っている $R \cdot C$ が時定数になることがわかります。つまり $T = R \cdot C$ になります。このように $R \cdot C$ 直列回路の時定数も先の $R \cdot L$ 直列回路と同様に回路の電圧の微分方程式を解くことで得られ、時定数は回路定数 R と C で決まる大きさになります。

3) R-C 直列回路が R-L 直列回路と大いに異なる点

$R \cdot C$ 直列回路の電流の変化の様子は前述の $R \cdot L$ 直列回路と大いに異なります。

異なる点は次のとおりです。

スイッチを閉じた瞬間 $t=0$ で第 (23) 式から明らかなように、電流は直ちに抵抗だけで制限される $i(t) = \frac{E}{R}$ の値になり、その後時定数で減衰します。

この点は先の $R \cdot L$ 直列回路では過渡現象開始の $t=0$ の瞬間、電流は直前の値、 $0(A)$ であり、それから時間と共に時定数に従って指数関数で増加したのと大いに異なる点です。

これは次の理由によります。

抵抗はそもそも電流の過渡変化に対して何も制限をしないし、キャパシタンスも電荷が無い状態では電荷の侵入になら制限をしないためです。(キャパシタンスが充電されて行くにつれてキャパシタンス電圧が高くなるので、電荷進入がしにくくなりキャパシタンス充電電流は減衰して行きます。)

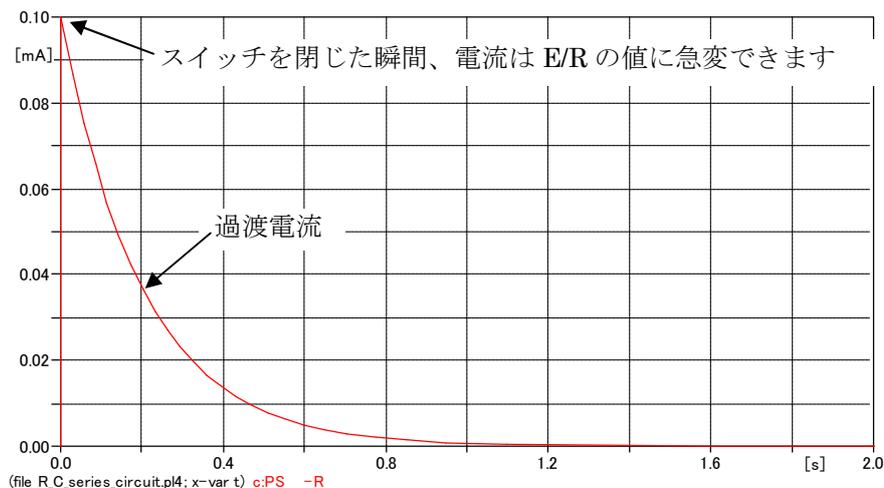
$R \cdot C$ 直列回路のスイッチを閉じた時に流れる過渡電流の一例を示しましょう。

$E=100V$, $R=1\text{ MOhm}$, $C=0.2\mu F$ とすると、

時定数は $R \cdot C = 0.2\text{ sec.}$ となり $i(t)$ は次のように指数関数で減衰する曲線になります。

$t=0$ で電流値は 0 ではなく、いきなり $E/R = 100/(1 \times 10^6) = 1 \times 10^{-4} (A)$ になる点にご注目願います。

電流が時間と共に指数関数で減衰して行くのは、キャパシタンスが直流電流で充電されて、キャパシタンス電圧が時間と共に増加して行き、ついには電源電圧とバランスするようになるためですね。



4) キャパシタンス電圧も同じ時定数を持つ指数関数で増加すること

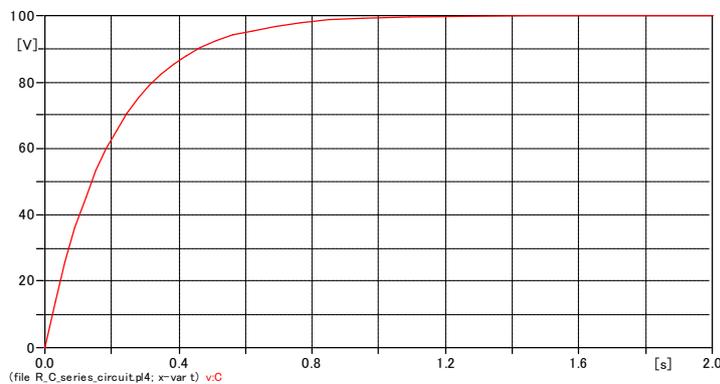
前項と同じ状態の時、キャパシタンス電圧を表す式を導いて、キャパシタンス電圧も電流変化と同じ時定数 $R \cdot C$ の指数関数で増加することを示しましょう。

キャパシタンス電圧を $v_c(t)$ とすれば、抵抗における電圧、キャパシタンス電圧、電源電圧の関係に次の式が成立します。

$$R \cdot i(t) + v_c(t) = E \quad (24) \quad \text{ですから、この式と(23)式から } v_c(t) \text{ を求めると次のようになります。}$$

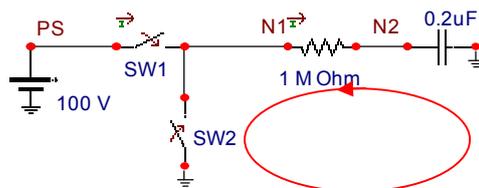
$$v_c(t) = E(1 - \exp(-t/R \cdot C)) = E(1 - \exp(-t/0.2)) \quad (25)$$

この電圧の式から、キャパシタンス電圧も回路電流と同じ時定数の指数関数で変化することがわかります。ただし電流が減衰するのと異なり、充電されて行くので電圧は増加します。この $v_c(t)$ を 0 sec. から 2 sec. まで ATP で計算した結果をプロットすると次のようになります。



5) R-C 直列回路が放電する時の過渡電流の式と時定数

今度は下図の回路で回路が充電完了し電流が 0 になった状態から SW1 を開放すると同時に、SW2 を投入する場合のキャパシタンス電流の時定数を調べてみましょう。



この回路で抵抗を R 、キャパシタンスを C 、電源電圧を E 、回路電流を $i(t)$ とすれば、SW1 を開放し、SW2 を閉じた瞬間、上図の赤で示した閉回路で次の電圧平衡方程式が成立しますね。

$$R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = 0 \quad (26)$$

この式を解くために、(26)式の電流 $i(t)$ を電荷 $q(t)$ を用いた表現に変形します。

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (27) \quad \text{なのでこれを(26)式に代入すれば電荷に関する}$$

次の微分方程式が得られます。

$$R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q(t) = 0 \quad (28)$$

この式を初期条件 $q(0) = C \cdot E$ を入れて解くと

$$q(t) = C \cdot E \cdot \exp(-t/(R \cdot C)) \quad (29)$$

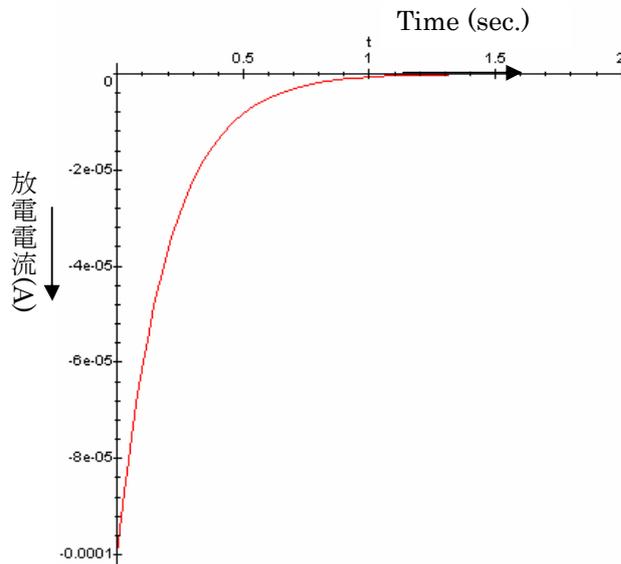
電流の式を求めるために、この式を微分します。すると次の電流の式が得られます。

$$i(t) = \frac{-E}{R} \cdot \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right) \quad (30)$$

ここで電流減衰の時定数 $T = R \cdot C$ に着目するとこの時定数は電流増加時の時定数とまったく同じ形をしています。電流の符号は放電電流で充電電流と逆向きですから-になります。

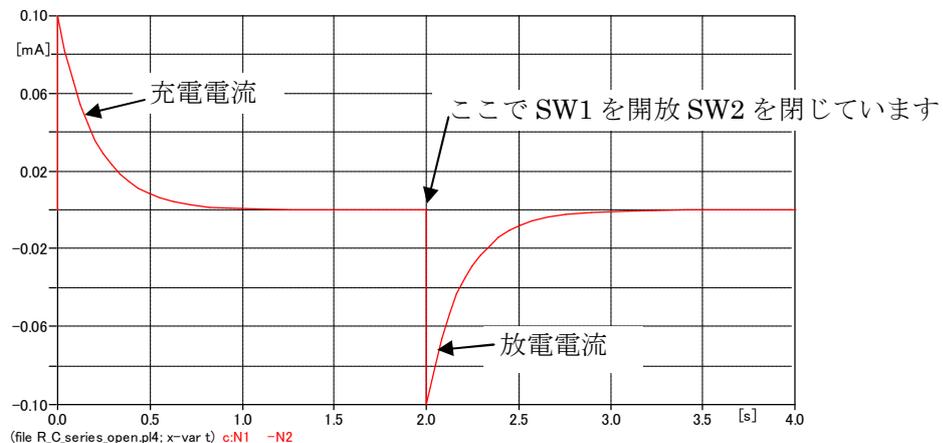
つまり回路定数 R, C の値が同じであれば、この回路に発生する過渡時の電流増加も電流減衰もまったく同一の時定数で増加、減衰することがわかりますね。

この式による電流波形は下図になります。



ATP でこの充電時と放電時の電流を計算した結果を下図に示します。

下図は $t=0$ で SW1 を閉じ、2.0 sec. で SW1 を開放すると同時に SW2 を投入してキャパシタンス回路に流れる放電電流を計算したものです。放電時のプロットに着目すると上図と同じ結果が得られているのがわかります。

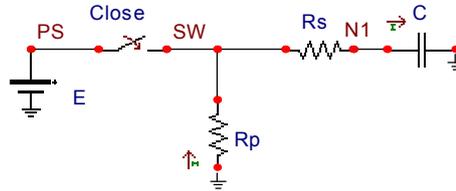


2-4 R と C 回路の並列回路の過渡電流と時定数

下記の回路で $t=0$ でスイッチを投入した時の過渡電流を検討します。

C 回路ですが、厳密には微小抵抗 R_s が存在するので、この抵抗を考慮すれば R_s -C 直列回路になります。

R_p は R_s -C 直列回路と平行に入る抵抗です。



R_s とキャパシタンスの直列回路の式は(23) 式ですから、この式に実際の C 回路に存在する微小抵抗値を代入して求められます。

例えば C 回路に存在する微小抵抗が 1 マイクロ Ω で、 $E=100$ V、 $C=0.2 \mu$ F であるとするればこれらを(10)式に代入し、

$$i(t) = \frac{100}{1 \cdot 10^{-6}} \exp\left(\frac{-t}{1 \cdot 10^{-6} \cdot 0.2 \cdot 10^{-6}}\right) = 10^8 \cdot \exp\left(\frac{-t}{0.2 \cdot 10^{-12}}\right) \quad (31) \text{ となります。}$$

この時の R-C 直列回路の回路電流は $t = 0$ で 10^8 (A) と大きな電流になりますが、時定数が $0.2 \cdot 10^{-12}$ (sec) と極めて短いため電流は直ちに減衰して 0 に指数関数曲線で漸近します。

このようにキャパシタンス回路の抵抗が微小な時はスイッチ投入と共に大きな電流が流れますが極めて短い時定数で電流は 0 になるので、回路電流はスパイク状の突入電流になります。

R_p に流れる電流 i_p はスイッチ投入直後直ちに $i_p = \frac{E}{R_p}$ の一定電流になります。電源からはこの二種類の電流が重畳した電流が供給されることになります。

2-5 時定数の単位

1) 時定数 L/R の単位

ご承知のように SI 単位系の電気単位は長さ m、質量 Kg、時間 s、電流 A の基本単位の組み立てで作られています。

インダクタンスの単位であるヘンリー(H)をこれらの次元で表すと次のようになります。

$$K_g \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$$

抵抗も同様にこれらの次元で表すと

$$K_g \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} \text{ となります。}$$

この二つから L/R で時定数の次元を計算すると時定数の単位は sec. であることが導かれます。

2) 時定数 $C \cdot R$ の単位

この時定数の単位も sec. になります。

これはキャパシタンスの次元が

$$m^{-2} \cdot k_g^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2 \text{ であり、}$$

抵抗の次元が

$$K_g \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} \text{ であるので}$$

$C \cdot R$ の時定数の次元を計算すれば sec. となるのがわかりますね

このように、時定数の単位は全て sec. となります。

3. 単相交流回路の過渡電流と時定数

今回は単相交流回路の過渡直流分電流と時定数について考えて行きましょう。

直流回路と同じ順番で検討して行きます。

ここでは交流の定電圧源に定インピーダンスが接続された回路の過渡現象を扱います。

これはこのようにしたほうが最も単純で過渡現象がわかりやすくなると思われるためです。

また単相回路の過渡現象を学べば、後述する三相回路の過渡直流分電流の理解に役立ちます。

交流回路でも過渡現象が発生するタイミングによっては一定のピーク値を有する交流分電流のと過渡直流分電流が同時に流れるようになります。

このため回路にはこれらの交流分電流と直流分電流が重畳した電流が流れます。

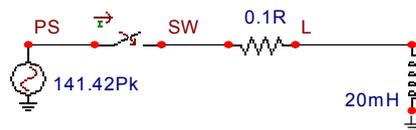
このように交流回路になると過渡直流分電流について過渡現象発生のタイミングが極めて重要になってきます。

尚、交流回路ではこのほかの過渡現象として、同期機、誘導機などの場合のように、これらの近くでの短絡事故などの過渡現象が発生する時、交流分電流そのものの大きさが時定数で小さくなるという現象も存在しています。

この現象は、これら機器の内部リアクタンスが過渡発生時は小さく時間と共に大きくなるため、交流分電流は過渡時の初めは大きな電流が流れ、時間と共に交流分電流に減衰するためです。この交流分が減衰する速度はインダクタンス分(その機器の内部の時間と共に大きくなるインダクタンス+外部回路インダクタンス)と抵抗分(機器内部抵抗+外部抵抗分)で決まる時定数で減衰して行きます。この交流分電流の減衰現象については同期機、誘導機の専門書にゆずるとして、ここでは話を単純化して、交流定電圧源に定インピーダンスが接続される交流回路の過渡現象を扱います。

3-1 R-L 直列回路の過渡直流分電流と時定数

下図でスイッチを $t = 0$ で閉じる時の過渡現象を検討しましょう。



検討を単純化するため電源電圧実効値は 100 V (Peak 値 E_m は 141.42 V) の一定値を持つ、余弦波電圧 $E_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta)$ としています。

余弦波にしている点は ATP の電源電圧がデフォルト状態で余弦波になっているので、そのまま使っているだけで特に意味はありません。正弦波電圧の位相を 90 度進めれば余弦波になり、余弦波も正弦波状に変化するので物理的作用は正弦波と同じです。

さて交流回路の過渡現象は交流回路であるにもかかわらず、なんとスイッチの投入タイミングによってはスイッチを閉じた瞬間から回路に過渡直流分電流と交流分電流が流れ、回路にはこの過渡直流分電流と交流分電流が重畳した過渡電流が流れるという現象になりますよ。

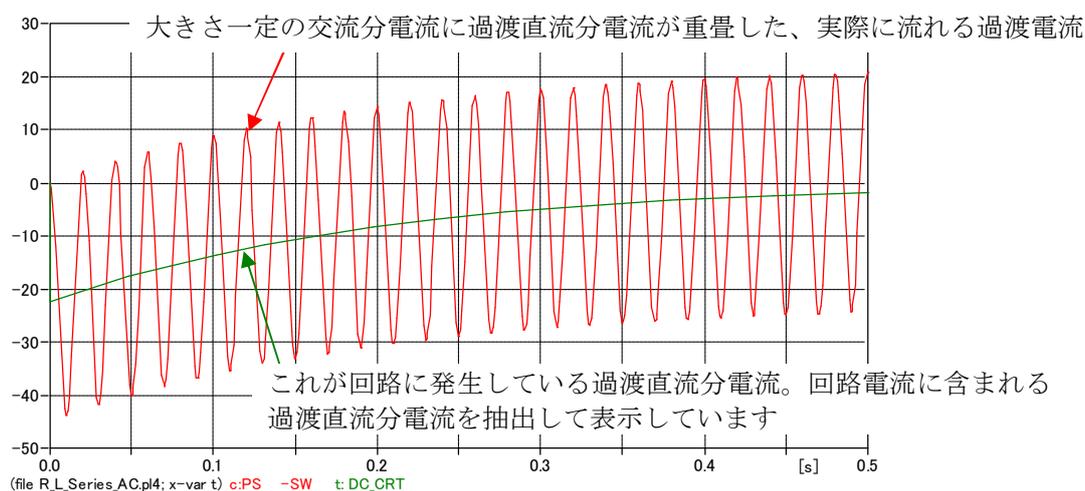
しかしこの過渡直流分電流は、スイッチの特殊なタイミングで投入すると発生しません。

交流回路なのに過渡直流分電流が流れるとは不思議に思えますね。なぜ過渡直流分電流が流れるのかと言う点と、どのような投入タイミングだと直流分が発生しないかと言う点は以下の 1) 項及び 2) 項で述べています。

直流分電流が発生している場合の回路電流の一例を示しておきましょう。

下図から、実際に流れる回路電流は交流分電流と過渡直流分電流が重畳した電流であることがわかりますね。

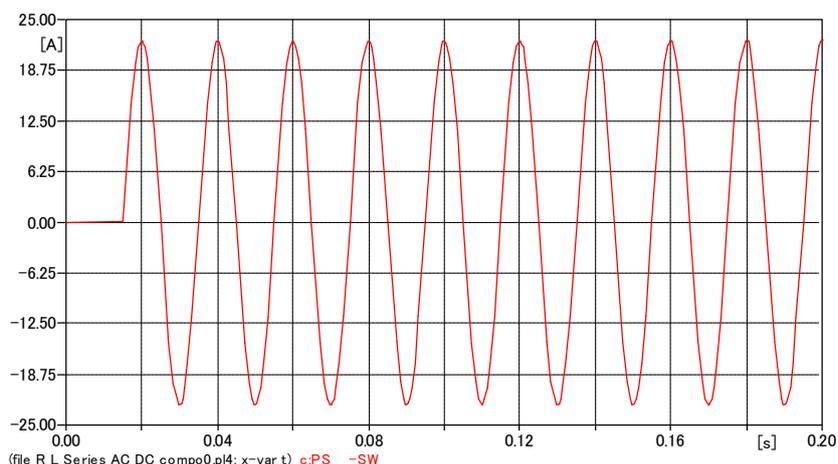
尚、次図のケースでは電源電圧の位相 θ は 89.08818632 度進みとしています。これは $t=0$ でスイッチを投入した時に交流分電流が+のピーク値になり、過渡直流分電流が最大になるようにするためです。この電源位相にすると交流分電流が+のピーク値になり、過渡直流分電流が最大になる理由は以下の 5)項で解説しています



この図からわかるように実際に流れる回路電流が減衰して行くのは、交流分電流の減衰では無く、過渡時流れる直流分電流が時定数で指数関数的に減衰するためであることがわかります。交流電流の大きさは過渡直流分電流が発生しなければ、電源電圧は Peak 値 $E_m = 141.42 \text{ V}$ の一定の交流電圧であり、回路インピーダンスも固定インピーダンスとしていますから、交流電流は投入した瞬間から一定の大きさを持った正弦波状の電流になり、時間と共に減衰することはありませんからね。さて話を投入タイミングの話に戻しましょう。

1) 過渡直流分電流が 0 になる特殊な投入タイミングについて

上記と同じ θ の進み位相を持つ電源で、交流分電流がちょうど $0(\text{A})$ のタイミングである $t=0.015 \text{ sec.}$ で投入した時の回路電流は下図のように電源電圧をインピーダンスで除した実効値 $15.91(\text{A})$ 、ピーク値 $22.5 (\text{A})$ の正弦波状の電流になり、過渡直流分電流は発生しません。しかしながらこの投入タイミングは交流分電流がちょうど $0(\text{A})$ のタイミングで投入することなので、かなり特殊な投入タイミングでしょう。確率的には交流電流が 0 でない位相で投入されるケースが圧倒的に多いですから、過渡直流分電流はほとんどの投入タイミングで流れることとなります。また流れる直流分電流の大きさも投入タイミングに依存します。



このように同じ回路であっても、投入タイミングによっては直流分電流が流れたり、流れなかったりして、過渡直流分電流が流れる時は、過渡直流分電流は回路の時定数で指数関数的に減衰や増加するというようになります。

では次にどうして投入タイミングで過渡直流分電流が流れたり、流れなかったりするののかと言う点と過渡直流分電流の大きさも投入タイミングに依存する理由を説明しましょう。

2) なぜ直流分が発生したり、しなかったりするのかな

下図で説明します。下図は上記で示したプロットの拡大図です。

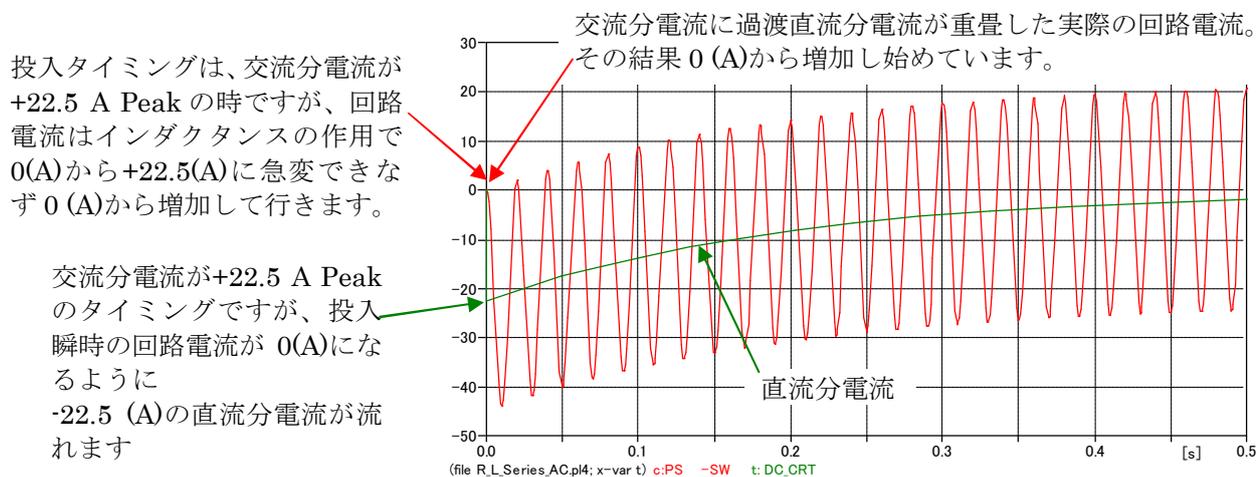
スイッチの投入は $t = 0 \text{ sec.}$ です。この時の交流電流値は下図の交流分波形に着目すると $+22.5 \text{ (A)}$ になっています。スイッチを閉じる直前の回路電流は 0 (A) です。回路電流はインダクタンスの作用で、スイッチ投入後、直ちに $+22.5 \text{ (A)}$ になることができず、 0 (A) から増加して行く過程を踏みます。

従ってスイッチを閉じた瞬間も回路電流は下図のスイッチ電流のごとく 0 (A) から流れ始めなければなりません。

このため下図のように交流分電流が $+22.5 \text{ (A)}$ になっているタイミングでスイッチが投入されると、下図に示すように過渡直流分電流の -22.5 (A) が流れて、スイッチ投入直後の回路電流は交流分電流に過渡直流分電流が重畳して 0 (A) になります。

発生した過渡直流分電流は電源、スイッチ、抵抗、インダクタンス、大地を通る閉回路を還流するので抵抗部で直流分電力の損失が発生し、このため直流分電流は指数関数状に減衰してついには 0 になります。

なぜ指数関数で減衰するのかと言う点については次項で説明します。



スイッチを閉じた瞬間が、交流電流が 0 (A) で無いタイミングの時は、回路電流は 0 (A) からその時の交流分の電流値にインダクタンスの作用で急変できませんから、必ず交流分電流を相殺して 0 (A) にするための過渡直流分電流が流れます。そして過渡直流分電流の大きさは投入瞬時の交流電流値のピーク値と大きさが等しく、逆極性の過渡直流分電流になり、過渡直流分電流は抵抗部のエネルギー損失で最終的には 0 に指数関数で減衰します。

3) 交流回路に流れる過渡電流と過渡直流分電流はどういう形になるだろう

スイッチ投入時の電源位相が θ の時、検討回路で次の電圧平衡式が成立しますね。

$$L \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) = E_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta) \quad (32)$$

この微分方程式を初期条件 $t=0$ で $i(t)=0$ を入れて解くと、演算過程は省略しますが、回路電流は次式のように得られます。

$$i(t) = \frac{E_m}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \underbrace{\omega \cdot L \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) + R \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta)}_{\text{交流分電流}} - \underbrace{(R \cdot \cos(\theta) + \omega \cdot L \cdot \sin(\theta)) \cdot \exp(-t \cdot R/L)}_{\text{直流分電流}} \right\} \quad (33)$$

この(33)式より明らかなように過渡電流 $i(t)$ は正弦波振動する交流分電流と時定数 L/R を有する指数関数で減衰項する過渡直流分電流より成り立っています。これは既に図示したとおりですね。

この時定数は先の $R \cdot L$ 直列の直流回路の時定数と同じ形になっています。

つまり、直流回路であっても、交流回路であっても回路の過渡直流分電流は回路の時定数で変化し、時定数の大きさは回路定数の R と L の値で決まり、時定数の大きさは L/R となり、直流回路の電流変化時定数も交流回路の過渡直流分電流変化時定数も R と L の回路定数が同じなら、同じ速さで減衰するのですね。

4) 過渡直流分電流はどこから供給されるのだろう

過渡直流分電流は上述のように流れますが、この過渡直流分電流はどこから供給されるのでしょうか。

スイッチを閉じる前は回路に電流は流れておらず、インダクタンスの磁気エネルギーも 0 ですからインダクタンスによるものではありませんね。

この回路には電源は余弦波の電圧源しか存在していないので直流分を含んだ回路電流はこの余弦波電圧の電源から供給されていることとなります。

もう少し補足すると次のようになります。

電源が正弦波状に変化するからと言って、回路電流が正弦波状になるとは限りません。

電流の波形は接続された回路インピーダンスに従い様々な波形を流します。

例えば電圧源の回路でインピーダンスが抵抗だけで、抵抗と電源の間にスイッチを設け、これを半波ごとの一定インターバルで開閉(開放で抵抗無限大、閉路で抵抗 0 のインピーダンス変化になります)を繰り返せば、半波整流した波形の回路電流になります。

電源にインダクタンスが接続された場合もインダクタンスは電流の急変を妨げるように働くため直流分電流が流れるのですね。

5) R-L 直列回路で過渡直流分電流が最大になる条件はどういう時だろう

過渡直流分電流の最大値を知りたい場合があります。例えば鉄心の飽和に関して過渡直流分電流の最大値を知りたい場合など。

その場合に備えてここでは過渡直流分電流が最大になるスイッチの投入タイミングを解説します。このタイミングを把握できれば後は ATP でそのタイミングでスイッチを閉じさせて簡単に最大過渡直流分電流を知ることができます。

R-L 直列回路と R-C 直列回路では過渡直流分電流が最大になる投入タイミングは異なるので、最初に R-L 直列回路の過渡直流分電流が最大になる投入タイミングを紹介します。R-C 直列回路の過渡直流分電流が最大になる投入タイミングは後述してあります。

R-L 直列回路でスイッチを閉じる時、交流電流波形が最大値のタイミングでスイッチを閉じれば、スイッチを閉じた瞬間の $t=0$ では回路電流 $0(A)$ になるように、この交流分を相殺するような大きさを持つ直流電流が流れますから、この時の過渡直流分が最大になりますね。この時の電源位相 θ を求めてみましょう。

電源電圧はここでは $E_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$ としていますから回路が純粹にインダクタンスから成り立っている場合は $\theta = \frac{\pi}{2}$ ラジアン の遅れ位相の時、回路電流が最大になりますが、抵抗があるため完全に $\frac{\pi}{2}$ 遅れで電流が最大になるのではなく、 $\frac{\pi}{2}$ ラジアンより以前で最大となります。この電流が最大になる電源の進み位相 θ は、

$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right) \quad (34)$$

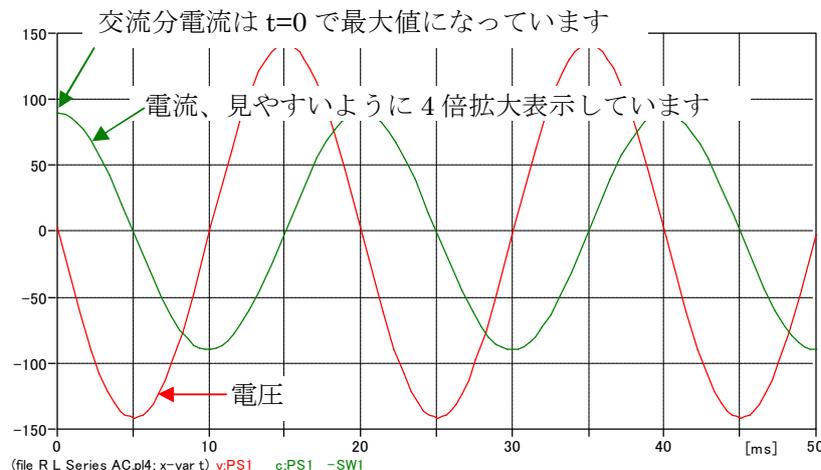
ですね。

この値を上図の検討回路で求めてみると

$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right) = 1.554882176 \text{ (radian)} = 89.08818632 \text{ (deg)} \quad (35) \text{ となります。}$$

つまり、電源電圧位相がこの進み位相になった時にスイッチを $t=0$ 閉じれば交流分電流は最大になるので最大の過渡直流分電流が流れることとなります。

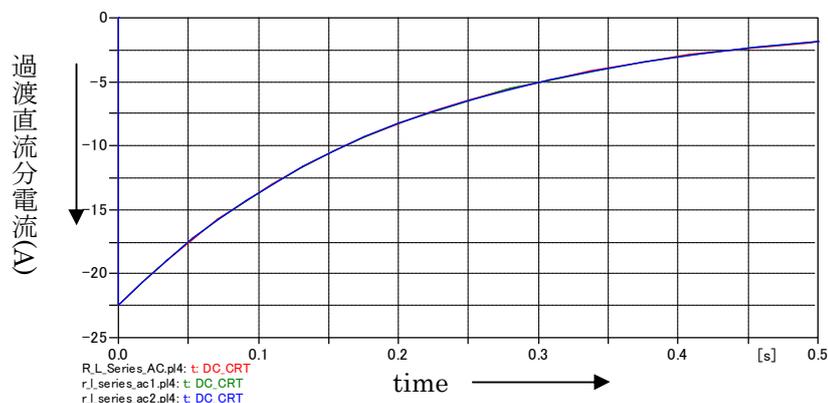
この電源位相の時のスイッチを投入する直前の定常状態の電圧と電流の位相関係を ATP を使って表示すると下図のとおりになり、 $t=0$ では交流分電流は最大になっています。



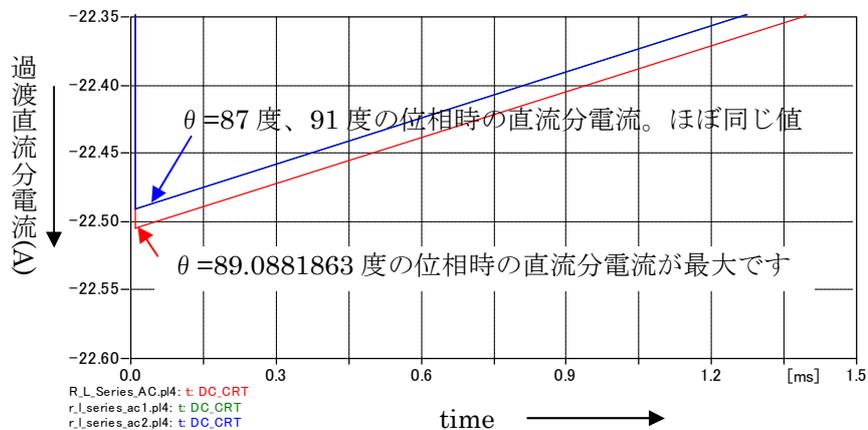
ATP では複雑な回路でも回路の集約を手作業ですることなく、このように回路を定常状態にして直ちに電圧と電流の位相関係を調べることができます。回路を定常状態にするには過渡現象発

生用のスイッチの閉じる時間 T_{close} を-1 にすればできます。

ATP(Alternative Transient Program)で、 $t=0$ で電源位相 θ がこの 89.0881863 度進み位相の時、87 度の進み位相の時、及び 91 度進み位相の時の過渡直流分電流をそれぞれ計算すると次のようになります。



$t=0$ の部分を拡大してみると次のようになり、 $\theta = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right) = 89.0881863^\circ$ の電圧が進み位相の時に直流分は最大になっていることがわかります。



このことから電源電圧位相が

$\theta = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right) = 1.554882176$ (radian) = 89.08818632(deg) 進みにして $t = 0$ での時にスイッチを閉じれば最大の直流分電流が流れることがわかります。

6) ATP で過渡直流分電流を計算する方法の紹介

ATP ユーザのために簡単に過渡直流分電流を計算する ATPDraw の回路を 3-1 の回路を使ってご紹介しておきます。

下図のように回路を組みます。

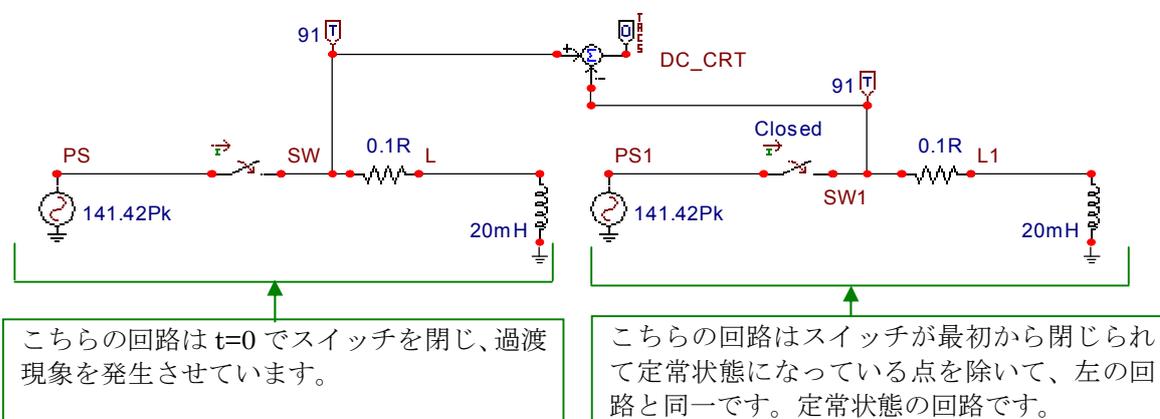
両回路のスイッチと抵抗間に流れる回路電流を 91 番の電流検出プローブで検出します。

左側の回路から検出される回路電流は「交流分電流+過渡直流分電流」が検出されます。

右側の回路から検出される電流は定常状態の電流ですから交流分電流だけです。

よってこれら検出した電流に対して下図に示す演算(左側回路の検出電流－右側回路の検出電流)をすれば

(交流分電流+過渡直流分電流)－(交流分電流) = 過渡直流分電流 となるので過渡直流分電流を求めることができます。

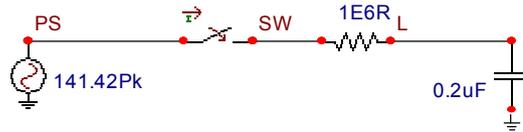


本稿の過渡直流分電流はこの方法を使って計算しています。

3-2 R-C 直列回路の過渡直流分電流と時定数

今度は下図の R-C 直列回路でスイッチを閉じる時の過渡現象を検討しましょう。

R-C 直列回路は R-L 直列回路と大いに異なる点があります。それは R-L 直列回路ではインダクタンスの作用で電流が急変できないため過渡直流分電流が流れ、回路電流は必ず 0(A)から増加しました。しかし R-C 直列回路ではスイッチを閉じた瞬間に流れるべき電流値に急変します。過渡直流分電流の大きさが投入タイミングに依存するのは前項と同じですが、過渡直流分電流が最大になるタイミングは R-L 直列回路の場合と異なって来ますのでこれらの点にご注目の上読んで戴きたいと思えます。



1) 過渡電流の一般式はどうなるかな

電源電圧実効値は 100 V(Peak 値は 141.42 V)の余弦波電圧 $E_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta)$ として、先の直列回路時定数と同様に考えて行きます。

この回路で抵抗を R, キャパシタンスを C、電源電圧を $E_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta)$ 、回路電流を $i(t)$ とすれば次の電圧方程式が成立しますね。

$$R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = E_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta) \quad (36)$$

この式を解くために、(36)式の電流 $i(t)$ を電荷を用いた表現にします。

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (37) \quad \text{なのでこれを(36)式に代入すれば電荷に関する次の微分}$$

方程式が得られます。

$$R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q(t) = E_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta) \quad (38)$$

この式を初期条件 $q(0) = 0$ を入れて解くと

$$q(t) = \frac{E_m \cdot C}{(1 + \omega^2 \cdot R^2 \cdot C^2)} \cdot [\cos(\omega \cdot t + \theta) + \omega \cdot C \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) - \{\cos(\theta) + \omega \cdot C \cdot R \cdot \sin(\theta)\} \cdot \exp\{-t/(R \cdot C)\}] \quad (39)$$

電流の式を求めるために、この式を t で微分します。すると次の過渡電流の式が得られます。

$$i(t) = \frac{E_m \cdot C}{(1 + \omega^2 \cdot R^2 \cdot C^2)} \cdot \left[\underbrace{-\omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) + \omega^2 \cdot C \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta)}_{\text{交流分電流}} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot \underbrace{\{\cos(\theta) + \omega \cdot C \cdot R \cdot \sin(\theta)\} \cdot \exp(-t/(R \cdot C))}_{\text{過渡直流分電流の項}} \right] \quad (40)$$

(40)式の第一項と第二項は交流分で、これらの和の電流は時間と共に正弦波状に振動する波形になります(以下の 2)項の最後に示しています)。第三項が過渡直流分電流を表しています。

過渡直流分電流の指数部の分母に入っている $R \cdot C$ が時定数で、時定数 $T = R \cdot C$ になります。

この時定数も直流の R-C 直列回路の過渡電流の式第(30)式と同じです。つまり直列回路の時定数も交流回路の過渡直流分電流の時定数も R と C の回路定数が同じなら、同じになり同じ速さ

で変化します。

この式から交流分電流の大きさは時間と共に正弦波状に変化しますが、その最大値の大きさは一定です。大きさが指数関数状に減衰するのは過渡直流分電流だけであることがわかりますね。

(40)式の過渡直流分電流の{ }内を見て戴くとわかりますが、回路電流の大きさはスイッチ投入後の経過時間 t のみならず、電源の位相 θ によって変わること示しています。言い換えればスイッチの投入タイミングによって過渡直流分電流の大きさが変わること示しています。このことは後述しますが最大の過渡直流分電流や過渡直流分電流が流れないケースを考える上で大事な要素となっています。

2) R-C 直列回路の最大過渡直流分電流と回路電流波形の一例

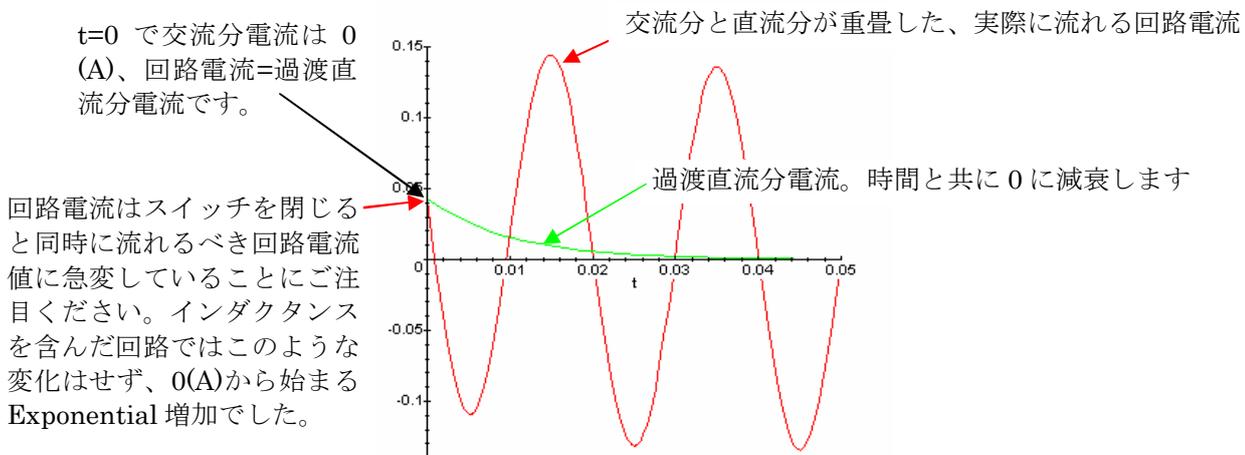
この(40)式による回路電流波形の一例を下図に示します。最大の過渡直流分電流が含まれた回路電流の例です。

下図をプロットする上で使用した回路定数は次のとおりです。

$\omega=314.1592654(\text{rad. / sec.})$, $R=1000\ \Omega$, $C=10 \times 10^{(-6)}$ (Farad), $E_m=141.421356(\text{V})$ です。

尚 電源の位相は $\theta=1.262627256(\text{radian})$ としています。 θ をこの値にした理由は $t=0$ でスイッチを閉じたとき過渡直流分電流を最大にするため、この θ にすれば過渡直流分電流が最大になる理由は後述します。

下図は回路電流のほかに、回路電流の中に含まれる過渡直流分を判りやすくするために、回路電流から抽出して示しています。



さて時定数に注目して(40)式をもう一度見てください。

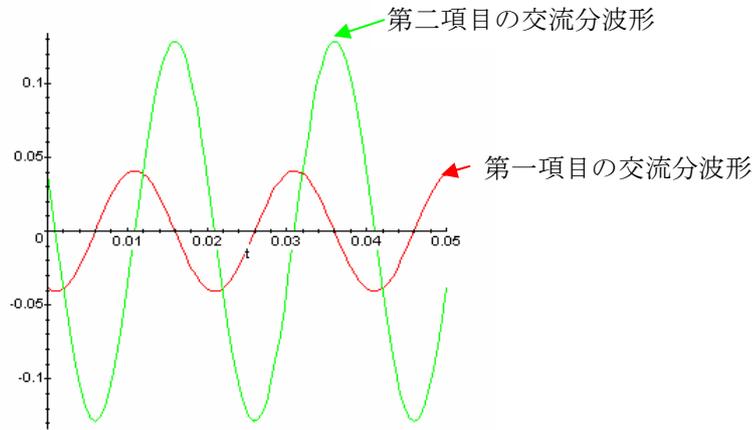
時定数は過渡直流分の項にしかありません。このことから電圧一定、インピーダンス一定の交流回路では時定数は過渡直流分電流のみに作用し、数式からも明らかなように交流分電流には時定数は作用しません。

どのような位相の時このように最大の過渡直流分電流が流れるかは以下の 4)項で解説しています。

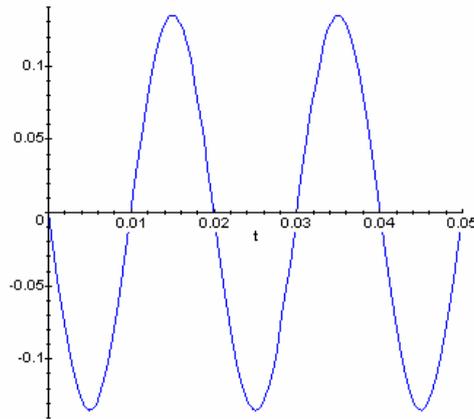
このように交流回路の R-L 直列回路でも、R-C 直列回路でも、時定数は過渡時に流れる過渡直流分電流に対してのみ作用します。(同期機、誘導機などの近傍の過渡現象ではこれら機器の内部インピーダンスが時々刻々変化するので交流分電流に別の種類の時定数が関係してきます。今

は過渡直流分電流と時定数の基本的な性質を学ぶことに限定し、これらについては誘導機、同期機の専門書を御参照して戴きたいと思います。)

尚、(40)式の第一項と第二項の交流分波形をプロットすると次のようになります。



これらの交流分の和のプロットをすると下図の如く、和の結果もまた正弦波状に振動する波形になることがわかりますね。



3) R-C 直列回路で過渡直流分電流が最大になる投入位相

R-C 直列回路で $t=0$ でスイッチを投入した時、過渡直流分電流が最大に流れる電源の位相角を検討しましょう。

先の R-C 回路の過渡電流を表す(40)式の内、過渡直流成分が位相角 θ の変化によって最大値を有するか調査してみましょう。もし有すれば微分することで最大位相を知ることができますからね。

電圧、抵抗、キャパシタンス、角速度の値を(40)式の過渡直流成分を表す第3項に代入して、整理すると次の式が得られます。

$$dc_component = \frac{E_m \cdot (\cos(\theta) + R \cdot \omega \cdot C \cdot \sin(\theta)) \cdot \exp(-t/(R \cdot C))}{R(1 + \omega^2 R^2 C^2)}$$

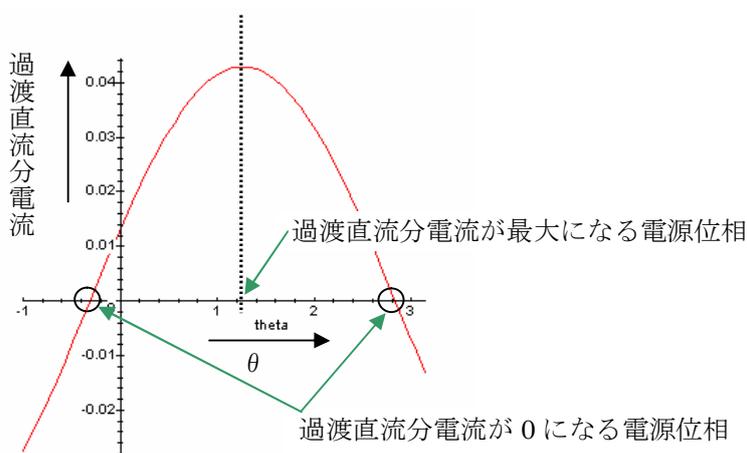
$$= 0.01301071785 \exp(-100 \cdot t) \cdot \cos(\theta) + 0.04087437563 \exp(-100 \cdot t) \cdot \sin(\theta) \quad (41)$$

t=0 でスイッチを投入すると Exponential の項は 1 になるので(41)式は次のようになります。

$$dc_compo = \frac{E_m \cdot (\cos(\theta) + R \cdot \omega \cdot C \cdot \sin(\theta))}{R(1 + R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2)} = .01301071785 \cdot \cos(\theta) + .04087437563 \cdot \sin(\theta) \quad (42)$$

この式が t=0 でスイッチを投入する時の電源位相をパラメータとした過渡直流分電流式です。

この過渡直流分電流を表す(42)式を θ を横軸にして描くと下図のようになり、最大値を有する正弦波関数となります。



上図のプロットから、過渡直流成分は電源位相が 1 radian から 1.5 radian の間に一つの最大値を持つことがわかります。

この直流成分が最大となる位相 θ を求めてみましょう。

$$\frac{d}{d\theta} \cdot \{-0.01301071785 \cdot \sin(\theta) + 0.04087437563 \cdot \cos(\theta)\} = 0 \quad (43) \text{ として}$$

この方程式を解いて過渡直流成分が最大になる電源の位相は

$$\theta = 1.262627256 \text{ (radian)} \quad (44) \text{ を得ます。}$$

前述の 2)項の冒頭で示したプロットの過渡直流分電流が最大になる電源の位相はこのようにして求めたものです。

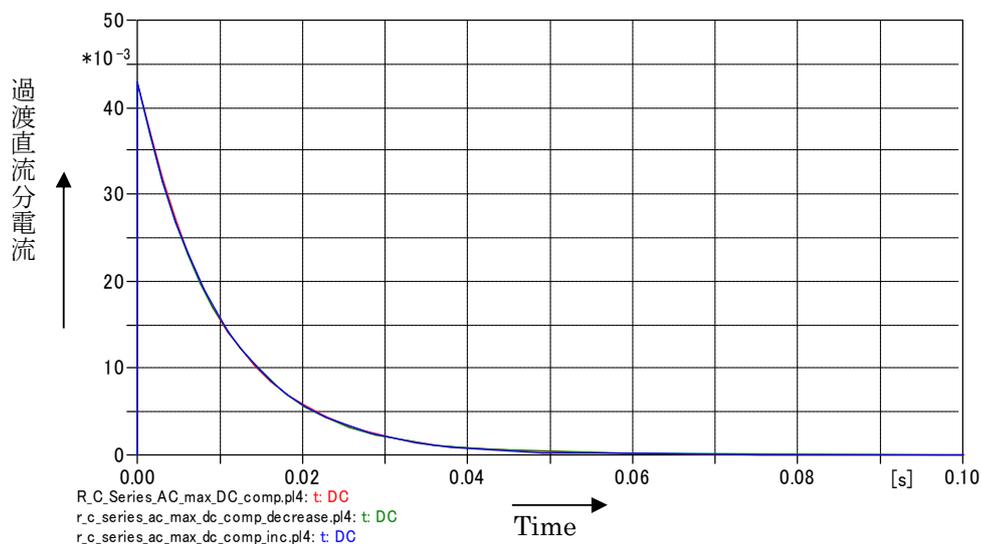
キャパシタンス回路で過渡直流分電流が最大になる電源位相はこのようにして知ることができます。もっと簡便に過渡直流分電流が最大になる電源位相を求めるには次項の第(48)式で求められます。

上図から更に次の点も明らかですね。

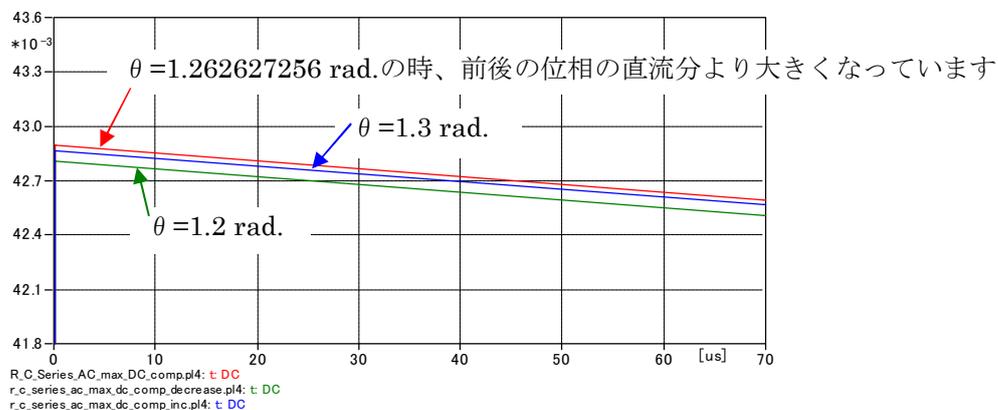
π ラジアン位の位相区間で過渡直流分電流が 0 になるのは上図の \circ で示した、たったの二つの位

相時のみで、その他の位相時では過渡直流分電流は多少なりとも流れることとなります。従って、ほとんどの投入のケースで大きさは電源位相によってさまざまの大きさになりますが過渡直流分電流が流れることとなりますね。

参考までに ATP で θ をこの値と、 θ を 1.2 (radian) と 1.3 (radian) とした場合の過渡直流分電流を ATP で計算して表示すると過渡直流分電流の大きさは次のようになります。



$t=0$ の最大値付近を拡大すれば下図の如く、電源位相が $+ \theta = 1.262627256$ (radian) で直流分電流が最大になっているのがわかります。



このように過渡直流分電流が $\theta = 1.262627256$ (radian) で直流分は最大になります。

4) R-C 直列回路で過渡直流分電流が最大になる電源位相を求める式

(40)式の過渡直流分電流の大きさは $t=0$ で投入する時は既に(42)式で紹介したように次のようになります。

$$\frac{E_m \cdot (\cos(\theta) + R \cdot \omega \cdot C \cdot \sin(\theta))}{R \cdot (1 + R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2)} \quad (45)$$

過渡直流分電流と θ の関係は既に示したように θ に従って正弦波状に推移して行きます。最大の過渡直流分は(45)式を θ で微分したものを 0 とし、その方程式を解けば θ を求めることができます。

つまり次式のように微分した式を 0 とし、この方程式を解いて求めることができます。

$$\frac{E_m (-\sin(\theta) + R \cdot \omega \cdot C \cdot \cos(\theta)) \cdot R}{1 + R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2} = 0 \quad (46)$$

(46)式が 0 になるためには

$$E_m (-\sin(\theta) + R \omega C \cos(\theta)) \cdot R = 0 \quad (47)$$

(47)式を θ について解いて

$$\theta = \arctan(R \cdot \omega \cdot C) \quad (48)$$

を得ます。

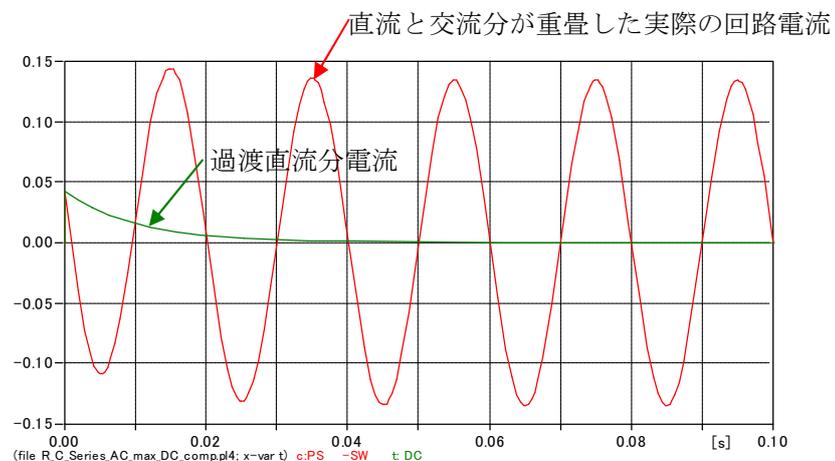
これが RC 直列回路の過渡直流分電流が $t=0$ で投入する時の過渡直流分電流が最大になる電圧位相を求める式になります。

(48)式に $\omega = 314.1592654$ (rad./sec.), $R=1000$ (Ω), $C=10 \cdot 10^{-6}$ を入れて計算すれば過渡直流分電流が最大になる 1.262627256 rad. となり(44)式と一致します。

5) R-C 回路の過渡直流分電流が最大になる投入タイミングとは

前項では数式から考察しただけでどうしてもこの位相で投入すれば過渡直流分電流が最大になるのか直感的にわかりませんね。直感的に意味を把握できるようにもう少し検討してみましょう。

過渡直流成分が最大の時の交流分と直流分が重畳した実際の回路電流とその中に含まれる過渡直流分電流を抽出して下図に再掲します。

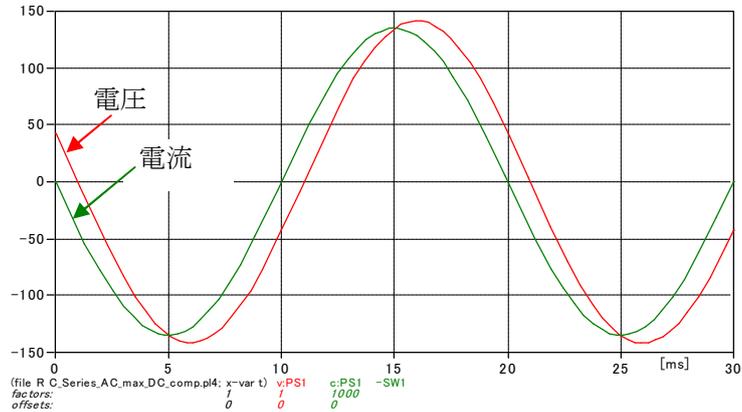


この過渡直流分電流が最大になる $t = 0$ の時のスイッチ投入直前の回路電圧と電流の位相関係が

どうなっているか調べてみましょう。

次図はこの時の電圧と電流の定常状態の位相関係を示す図です。

この図から $t=0$ では交流分電流は 0 になっていて、この瞬間にスイッチを投入すれば過渡直流分電流が最大になるのですね。つまり交流分電流 0 のタイミングでスイッチが投入されると過渡直流分電流が最大になるのが新たにわかります。



しかしどうして交流電流が $0(A)$ の位相の時投入すると過渡直流分電流が最大になるのか未だ明らかではありませんね。理由は以下の 7) 項に示していますが、その前にこの時の回路ベクトルを御参考までに示しましょう。

6) 過渡直流分電流が最大になる投入位相 θ に関するベクトル図

前述の過渡直流分電流が最大になる位相 θ は(48)式から

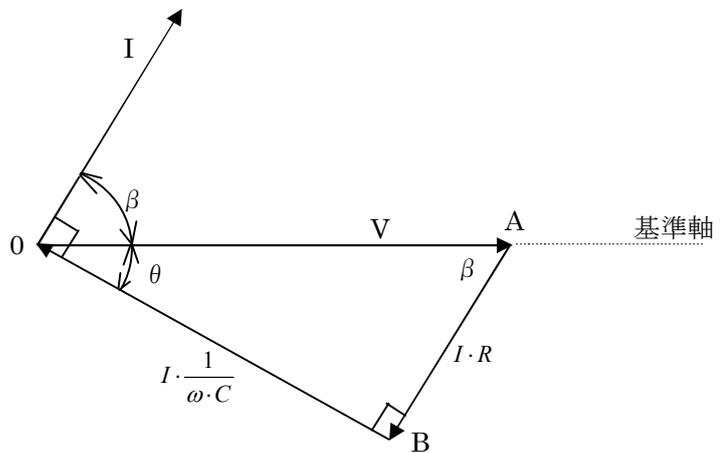
$$\theta = \arctan(R \cdot \omega \cdot C) \quad \text{でした。}$$

ベクトル図より $\arctan(\omega \cdot C \cdot R)$ は下図の角度 θ を示しています。 β はこの回路の力率角です。

三角形 AOB について次の関係が成り立ちます。

$$\theta = \pi - \left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \frac{\pi}{2} - \beta \quad (49)$$

このことより、過渡直流分が最大になる投入位相 θ は力率角度では無く $\frac{\pi}{2}$ より力率角度 β を引いた角度です。



上図の全体ベクトル図を θ 度半時計方向に回転する、つまり電源位相を θ 度進ませると、 $\theta + \beta = \pi/2$ なので、交流電流位相はちょうど基準軸から 90 度の位置に来て、交流電流値は $0(A)$ (基準軸上の投影)のタイミングになります。

7) 交流電流が $0(A)$ の位相で投入すると最大の過渡直流分電流になる理由

疑問点として残っているのはなぜ交流電流値が 0 のタイミングでスイッチを閉じると過渡直流分電流が最大になるのかという点です。

このことは回路の電圧の平衡方程式を考えるとわかりやすいと思います。電源電圧を v 、回路電流を i とすると、スイッチを閉じた瞬間でも次の電源電圧とインピーダンス電圧の平衡式が成立しなければなりませんね。次式の i は交流分電流と過渡直流分電流の両方を含んだ瞬時電流を示しています。

$$v = R \cdot i + \frac{1}{C} \int i dt \quad (50)$$

(50)式で、投入したタイミングが交流分電流= $0(A)$ であれば、過渡直流分が流れ無いと(50)式は成立しません。電圧はインピーダンス側に印加されていますからこの電圧平衡式は成立しなければなりません。

この電圧平衡を成立させるために過渡直流分電流が流れるのですね。

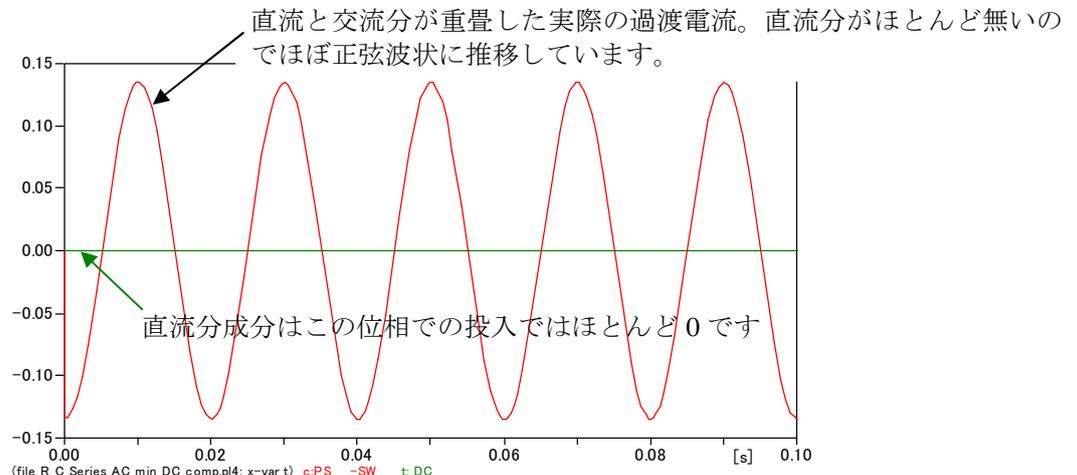
交流電流が少しでも流れれば、その分電圧平衡を保つための過渡直流分電流は少なくすみます。このため交流分電流が $0(A)$ のタイミングで投入すれば過渡直流分電流が最大に流れるのですね。これですっきり理解できたと思います。

R-C 直列回路が R-L 直列回路と大いに異なる点は、回路電流がスイッチを閉じた瞬間にこのように直ちに回路に電圧平衡を保つために回路電流が直ちに流れる点です。回路電流の中身は過渡直流分と交流分電流の重畳したものでそれらの比率は投入タイミングに依存します

8) 過渡直流分電流が流れ無い投入位相とは

今度は過渡直流分電流が流れない投入タイミングを検討してみましょう。前掲の直流成分と θ の関係図から、直流分電流が $0(A)$ になるのは約 2.82 rad. ぐらいであることが読み取れます。この電源電圧位相の時の回路電流を ATP で計算し、直流分がほとんど含まれないことを確認してみます。

結果は下図の通りでほとんど過渡直流分電流は含まれていません(厳密に(42)式で過渡直流分を計算すれば 2.82 rad. では $0.00058(A)$ 流れています)。



厳密に過渡直流分電流が流れない投入位相とその時の過渡直流分電流を求めるには次のようにします。

(42)式の過渡直流分電流を表す式を利用し、

$$dc_compo = \frac{E_m \cdot (\cos(\theta) + R \cdot \omega \cdot C \cdot \sin(\theta))}{R(1 + R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2)} = .01301071785 \cdot \cos(\theta) + .04087437563 \cdot \sin(\theta) = 0 \quad (51)$$

と過渡直流分電流の大きさを 0 とし、この式を満足する θ を求めます。

この結果、 $\theta = -0.3081690710 \text{ rad.}$ と $2.83342358258979 \text{ rad.}$ を得ます。

これらの内いずれかの θ を第(42)式に代入すれば

$$dc_compo \cong 0 \quad (\text{A}) \text{ になります}$$

4. 時定数の覚え方

以上で R-L 直列回路の時定数は $T = \frac{L}{R}$ 、C-R 直列回路の時定数は $T = C \cdot R$ であることが判明しましたね。

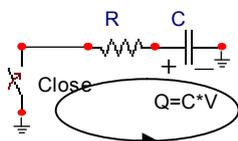
しかし時が経つと例えば C,R 直列回路の時定数は $\frac{1}{C \cdot R}$ だったかな？ それとも $C \cdot R$ だったっけ

と混乱することはありませんでしたか。

ここではこれら時定数を覚えるための一方法を紹介したいと思います。

4-1 C-R 直列回路時定数の覚え方

キャパシタンス C(F)がある電圧 V(V)で既に充電されていて、スイッチを閉じることにより抵抗 R(Ω)を通じて充電電荷を放電する下図の場合を考えるとわかりやすいと思います。



最初上電状態ではキャパシタンスには $\frac{1}{2} C \cdot V^2$ の静電エネルギーが蓄えられています。

スイッチが閉じられれば上図の矢印のように放電電流が流れ始め、+電荷と-電荷が中和され始め、電圧は指数関数で減少して行きます。電荷が完全に中和されると電流は 0 になります。

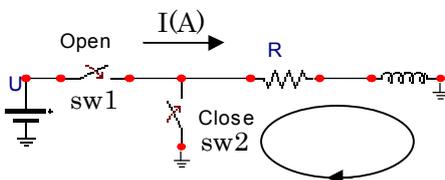
ここで抵抗値が大きい値であれば(電流は小さくなり)電荷の中和に妨げになり時定数は大きくなることは容易にわかりますね。

又キャパシタンス値が大きければ蓄えられる電荷量も多く、放電に時間がかかり時定数は大きくなるのがわかります。

これらのことより時定数は C と R の大きさに比例するという定性的な認識ができるので、 $T = C \cdot R$ と覚えることができます。

4-2 R-L 直列回路の時定数の覚え方

下図の回路のように定常状態で電源から I(A)の電流が流れている回路で電源側スイッチ sw1 を切ると同時に接地スイッチ sw2 を閉じる場合を考えます。



定常状態でインダクタンスに蓄えられている電磁エネルギーは $\frac{1}{2}L \cdot I^2$ です。

この式からインダクタンス L が大きければ、蓄えられる電磁エネルギーも大きくなるので時定数はインダクタンス値に比例することがわかります。

次に抵抗について考えます。

電源側スイッチが開放されると同時に接地スイッチが閉じられれば電流はインダクタンスのため急変できず、スイッチング直後はスイッチング前と同大きさの電流が同方向に流れますが、抵抗部でエネルギー消費が発生するので電流は減少して行きます。

抵抗部のエネルギー消費は $I^2 \cdot R$ ですから抵抗値が大きいほどエネルギー消費が多く早く減衰します。このことは抵抗が大きいほど時定数は短くなることを表しています。

以上の考察より $T = \frac{L}{R}$ になると覚えることができます。

5. 三相交流回路の過渡直流分電流と時定数

ここでは回路を三相回路に拡張し、広く応用が効くようにしたいと思います。
三相の対称回路で検討するより、三相非対称回路で検討した方がより応用が効くと思われますので非対称三相回路で検討して行きます。三相対称回路の場合は三相非対称回路の特殊なものとして理解できます。

下図の R-L 単相回路が三回路接続された三相非対称回路を検討しましょう。中性点は直接地系としています。中性点が非接地系、又は任意のインピーダンス接地の場合の過渡直流分電流の流れる通路は直接接地系の場合と異なって来ます。この詳細は 5-3 項で述べています。

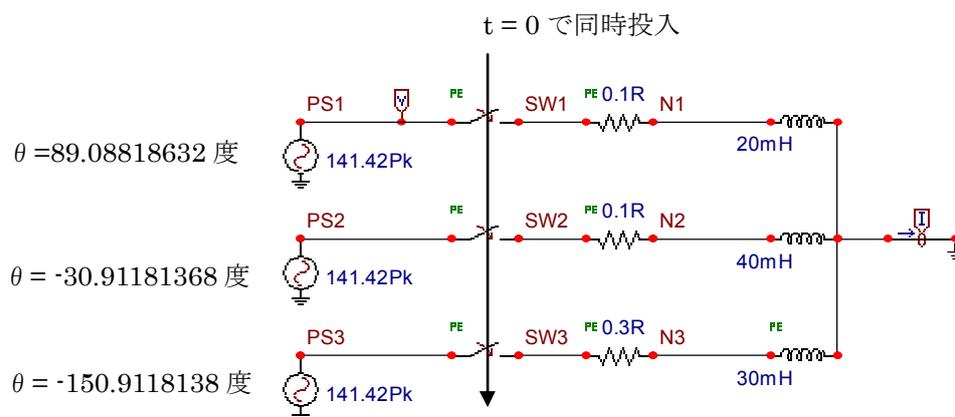
電源電圧は実効値 100 V(Peak 値 $100\cdot\sqrt{2}$ (V))の電圧源で A 相の回路定数は「3-1 R-L 直列回路の過渡直流分電流と時定数」と同一とします。

B 相、C 相の回路定数は下図に示す通りとします。

A 相の電源位相(スイッチの投入タイミング)も 3-1 の(35)式の

$\theta = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right) = 1.554882176 \text{ (radian)} = 89.08818632 \text{ (deg)}$ 進み位相で投入するものとし、B 相、C 相の投入タイミングは三相交流なので、これからそれぞれ、120 度、240 度遅れたタイミングとしています。つまり B 相位相は 30.91181368 度遅れ位相、C 相電圧位相は 150.9118138 度遅れ位相としています。

このような状態で $t = 0$ で 3 相のスイッチを同時に投入して回路に流れる過渡直流分電流の様子を見てみましょう。



三相回路になると過渡直流分電流の流れ方がよくわからないと思われるかもしれませんが、以下の 5-1 または 5-3 の如く重ねの理を使って考えれば流れ方については定性的によく理解できると思います。

とは言え、重ねの理を三相回路に適用して実際の回路電流値を得るには 5-3 で示しているように 3 つの回路に分けそれらの各枝路電流の和を取って初めて回路電流が得られるため、実際に手作業で計算するのは大変です。

ATP を使えば三相回路のまま直ちに各回路の電流をたちどころに求めることができます。

ここでは最初に ATP で計算する場合を紹介し、その後、(33)式で計算した結果を紹介します。

5-1 中性点直接接地系の非対称三相回路の回路電流と過渡直流分電流の計算

ここでは ATP を使って計算する場合を紹介します。

計算する方法としては①各相の回路を単相回路で計算し、中性点回路に流れる回路電流および過渡直流分電流は重ねの理を使い、これら三相の電流の和として求める方法と、②最初から三相回路として計算して各回路の電流、過渡直流分電流を求める方法があります。

ここではこれら二つの方法で計算しそれらが一致することを示します。

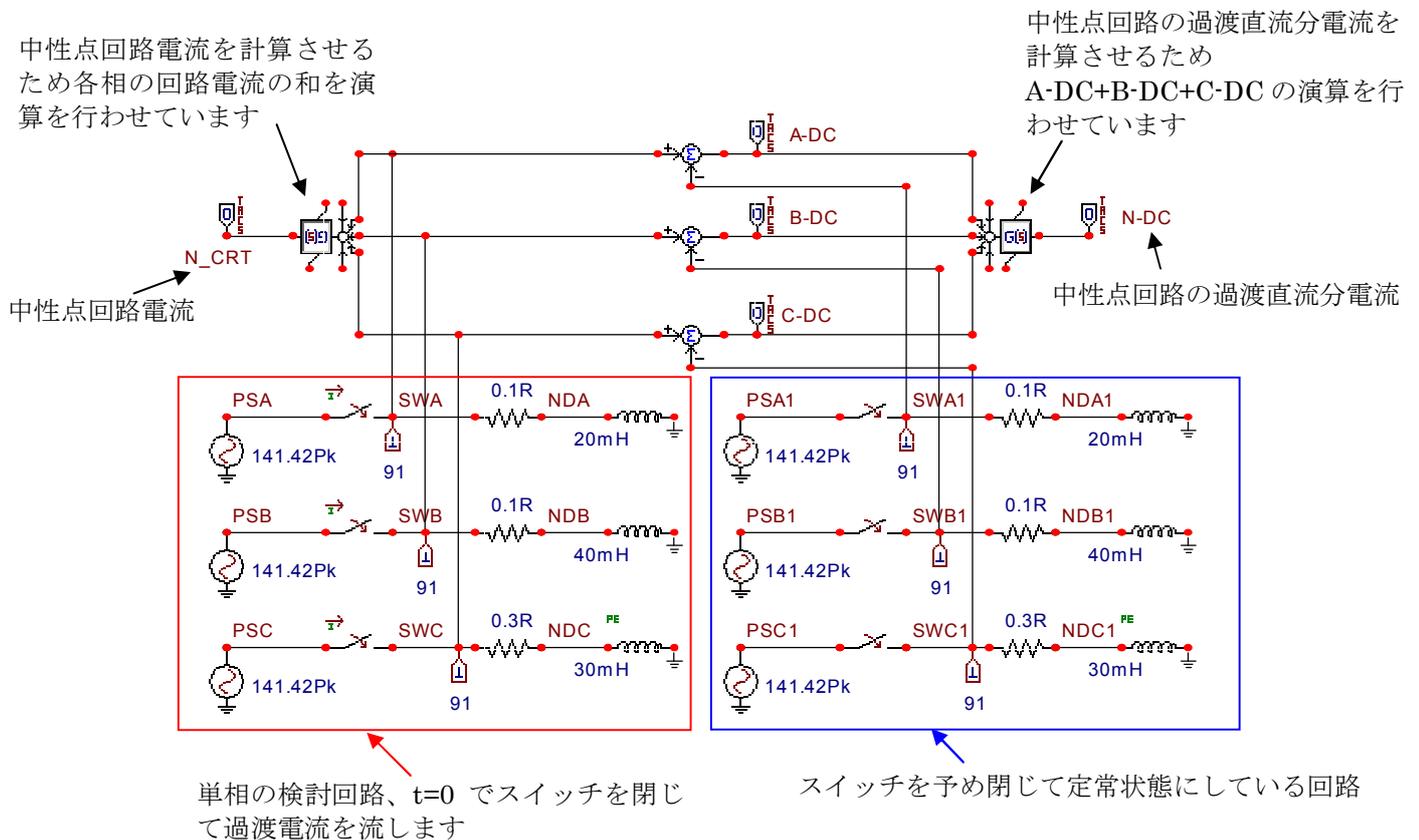
1) ATP で単相回路として計算し、中性点電流は重ねの理で求める方法

下図の回路で計算します。

各相に流れる回路電流は接地系が直接接地で中性点のインピーダンスが 0 ですから、各相電流は他相の回路にはインピーダンスが存在するため流れず、各相の電流は中性点を通り、自相の電源に戻るといった還流ルートを通ります。従って各相電流は単相回路で計算でき、中性点電流だけは三相電流の和を取り、また中性点から大地に流れる過渡直流分電流も各相の過渡直流分電流の和を取ればよいことになります。

ATP で計算させるときの回路図を次図に示します。

下図で過渡直流分電流を計算している方法は 3-1 の 6) で解説している方法です

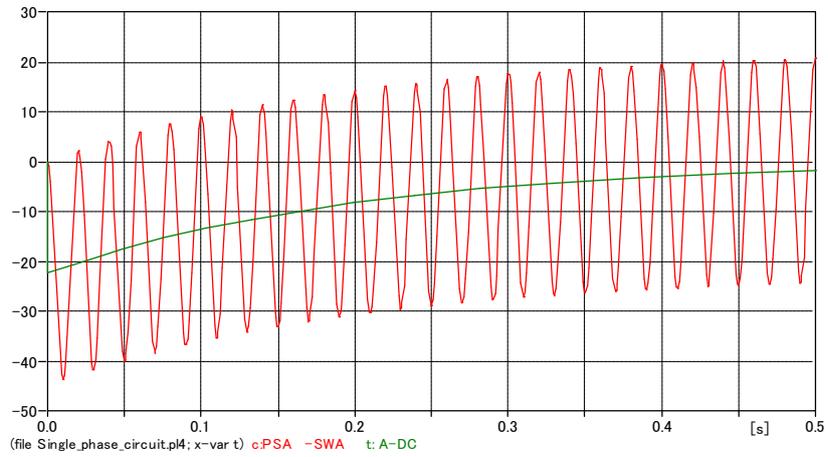


計算結果を以下に示します。

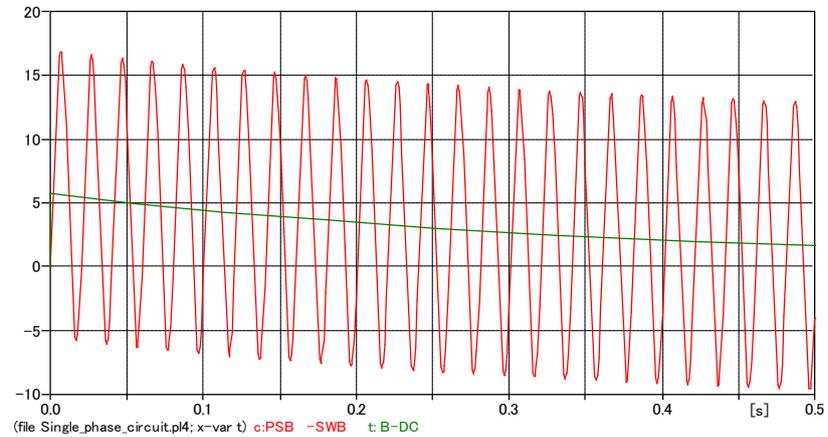
最初の三つのプロットは各相に流れる過渡電流(ノード PSA-SWA 間のスイッチ電流、PSB-SWB 間のスイッチ電流及び PSC-SWC 間のスイッチ電流)と各相の過渡電流中に含まれる過渡直流分電流 A-DC, B-DC, C-DC を示します。

四つ目のプロットは各相電流の和の電流(中性点回路から大地に流れる電流)の N_CRT と各相の過渡直流分電流の和(中性点から大地に流れる過渡直流分電流)の N-DC のプロットです。

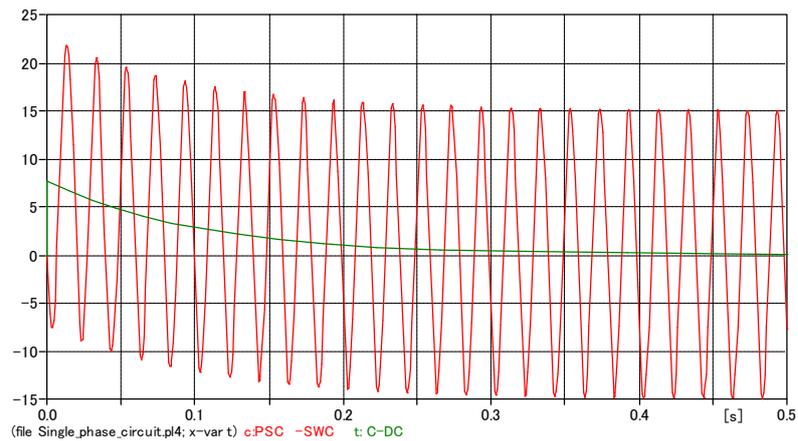
A相の過渡電流とその中に含まれる過渡直流分電流は次のとおりです。



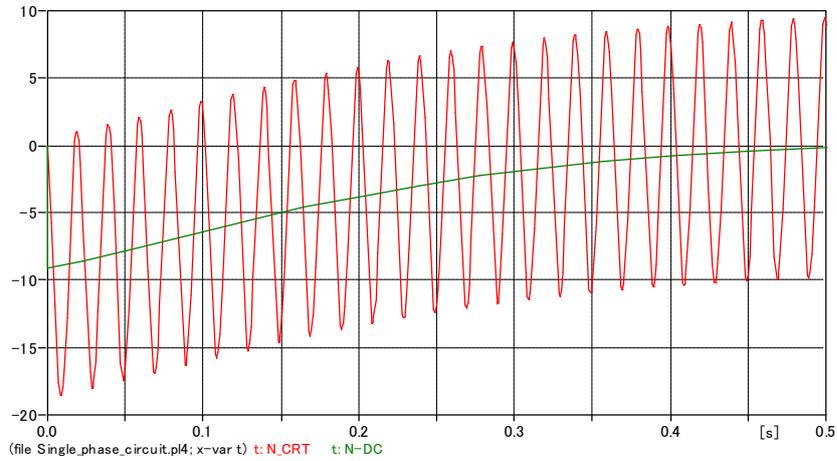
B相の過渡電流とその中に含まれる過渡直流分電流は次のとおりです。



C相の過渡電流とその中に含まれる過渡直流分電流は次のとおりです。

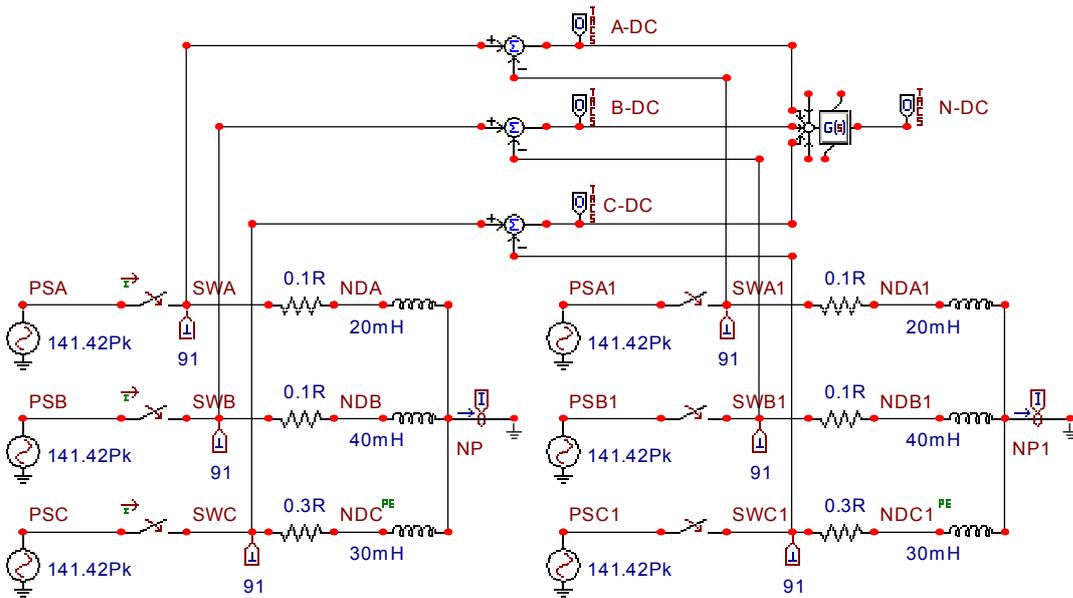


中性点から大地に流れる回路電流と過渡直流分電流は次のようになります。



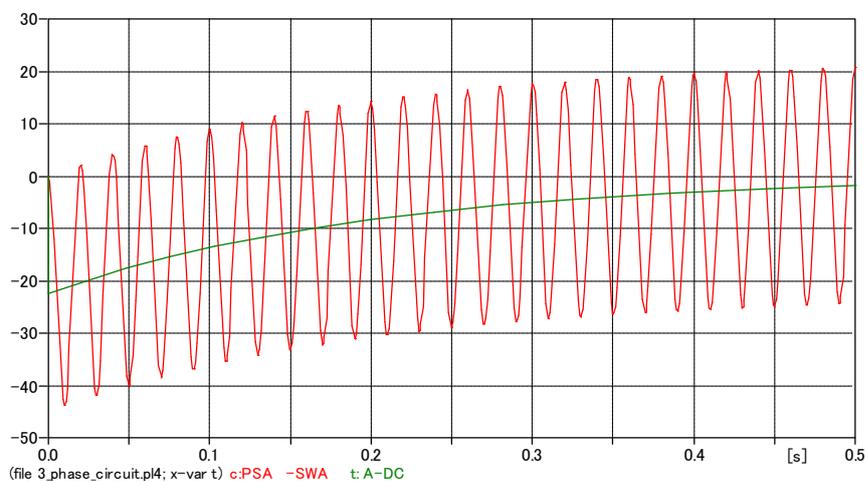
次に ATP で三相回路のままの下図の回路で各相回路電流とその中に含まれる各相過渡直流分電流、および中性点から大地に流れる回路電流と過渡直流分電流を計算した結果を示しましょう。

2) 三相回路で ATP で計算する方法

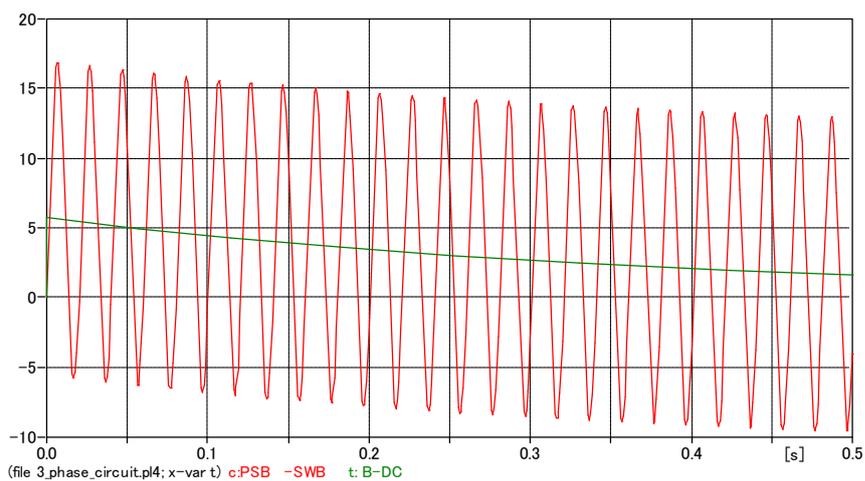


計算結果以下の通りですが、当然のことながら結果は何れも上記単相回路の結果と一致しています。

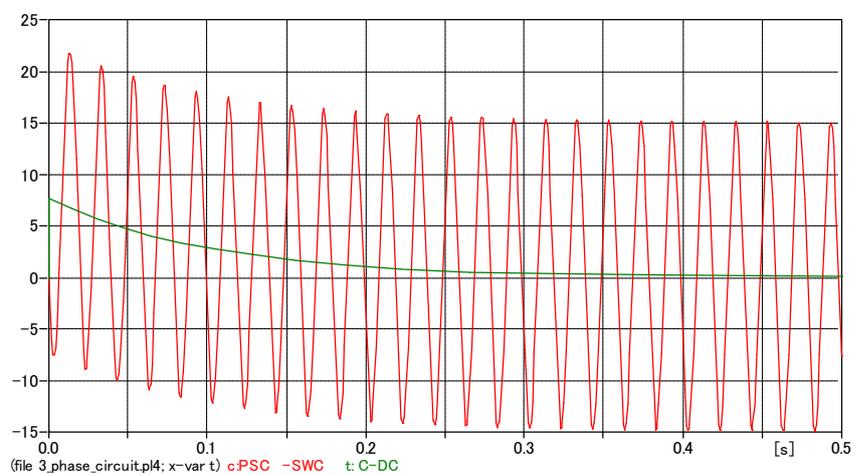
A相の過渡電流とその中に含まれる過渡直流分電流は次のとおりです。



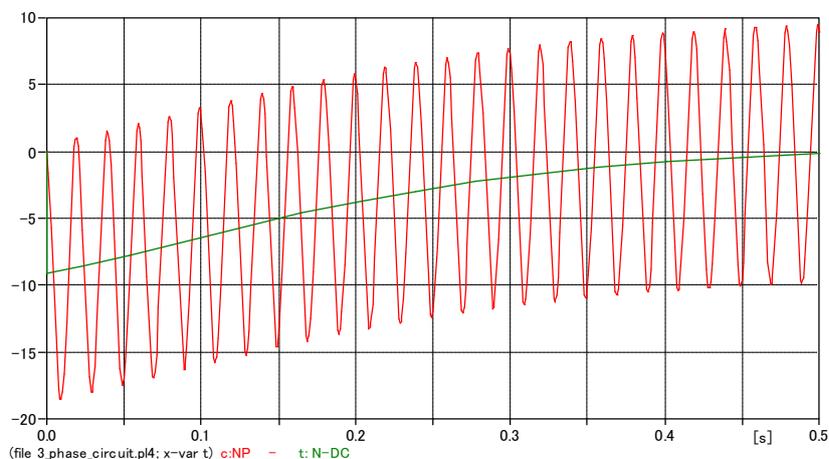
B相の過渡電流とその中に含まれる過渡直流分電流は次のとおりです。



C相の過渡電流とその中に含まれる過渡直流分電流は次のとおりです。



中性点回路電流は下図になり、上述の単相回路で得た結果と等しくなっています。



このことから次のことが言えます。

非対称中性点直接接地系の三相回路の回路電流及び過渡直流分電流は今まで紹介してきた単相回路で考えることができ、これにより各相の回路電流と過渡直流分電流を求めることができます。また中性点回路に流れる回路電流及び過渡直流分電流は各相の回路電流、過渡直流分電流を重ねの理を利用して和を取って求められます。

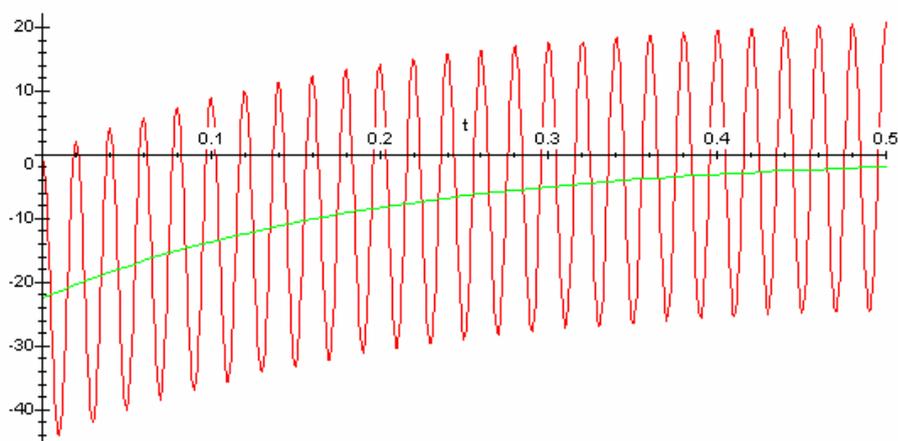
この重ねの理にしたがって各回路の電流分布を考えることは三相回路の電流分布を考える上で役立ちます。

3) 計算式による方法

次に参考までに(33)式による各相の回路電流の計算結果を紹介します。

A相回路電流とA相過渡直流分電流

下図となり上記のATPの計算結果と一致しています。

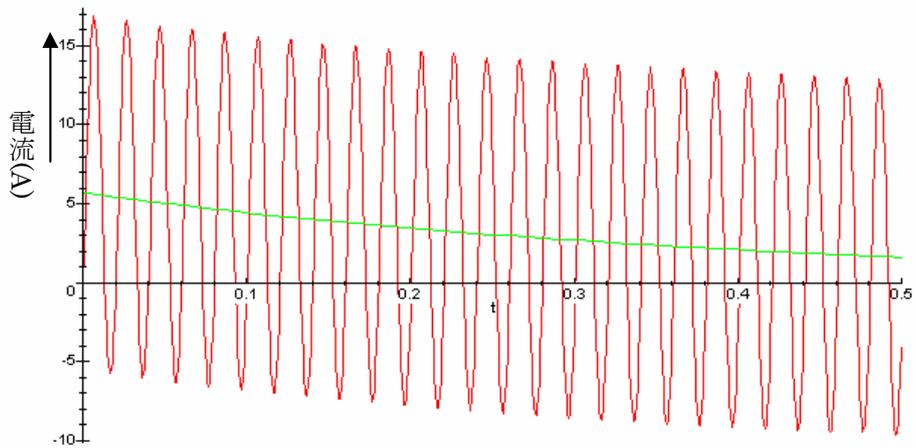


B相回路電流とB相過渡直流分電流

下図となり上記のATPの計算結果と一致しています。

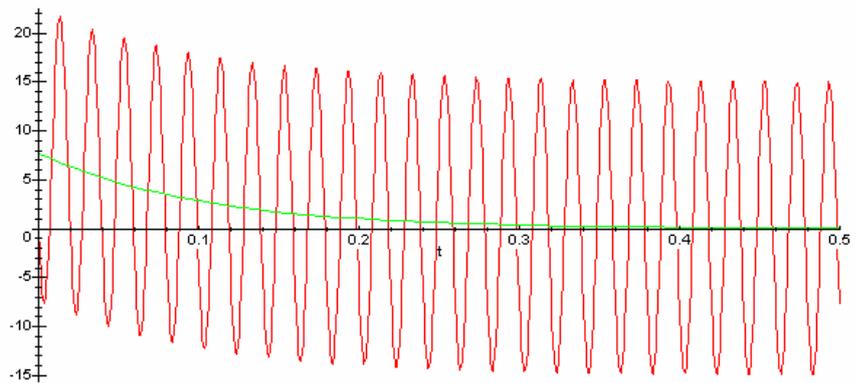
(33)式を使ってB相電流、およびC相電流を計算する時、次の点に留意してください。

θ はラジアン単位で入力します、回路定数はA相と異なります。



C相回路電流とC相過渡直流分電流

下図となり上記のATPの計算結果と一致しています。



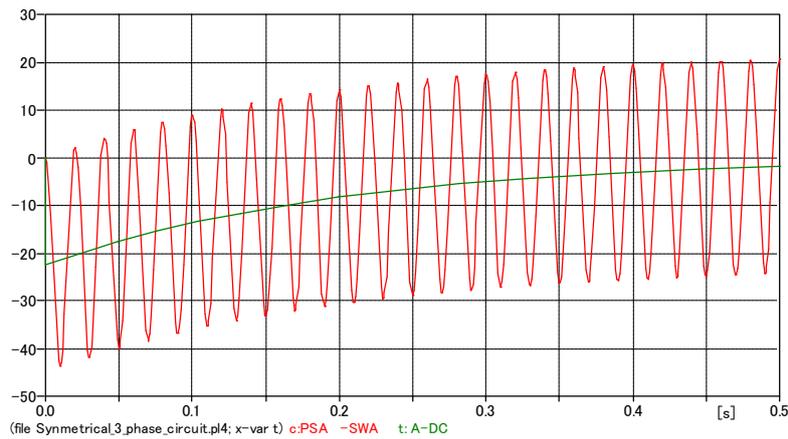
中性点回路電流と中性点回路過渡直流分電流は重ねの理からこれら各相電流の和として求められます。各相の回路電流と過渡直流分が計算式によるものとATPによるものが一致したので、中性点回路電流と中性点回路過渡直流分電流はATPの計算結果と等しくなることはあきらかなので計算式による中性点回路電流と中性点回路過渡直流分電流の図は省略いたします。

5 - 2 対称三相回路の回路電流と過渡直流分電流の計算

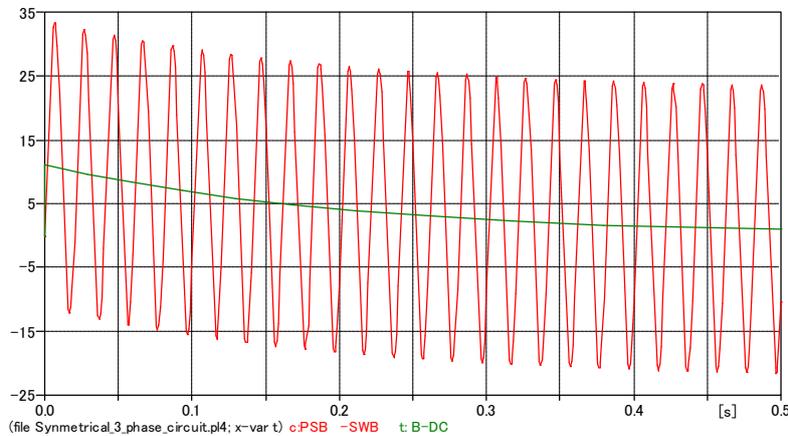
前項で非対称三相回路の数式による計算結果と ATP による計算結果が一致することを示しました。このように数式による計算結果と ATP による計算結果が一致するので、本項以降は数式によるプロットは省略し ATP で計算した結果のみを示します。

さて対称三相回路の各相の回路定数は A 相と同一とした場合の ATP で計算した各相及び中性点回路の回路電流及び過渡直流分電流を示します。

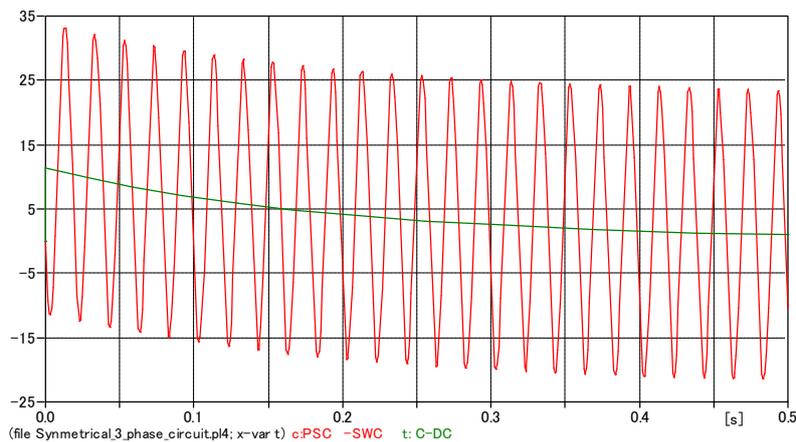
1) A 相回路電流と A 相過渡直流分電流



2) B 相回路電流と B 相過渡直流分電流



3) C 相回路電流と C 相過渡直流分電流



4) 中性点回路電流と中性点回路過渡直流分電流

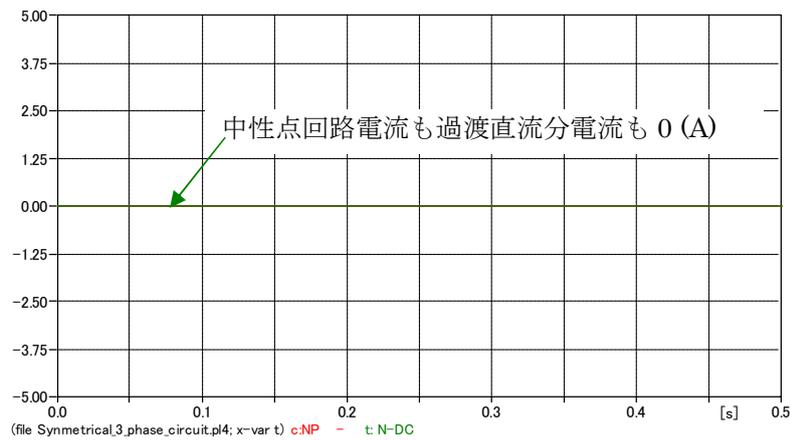
下図の如く三相對称回路となるため中性点回路電流と中性点回路の過渡直流分電流は中性点インピーダンスの大きさに無関係に0になります。

中性点回路の過渡直流分電流が0になる理由は次のとおりです。

今考えている回路は三相對称回路ですから任意の瞬時に於ける各相の交流電流の和は0になりますね。任意の瞬時にスイッチを閉じると各相にはその時の交流分電流を相殺するように大きさが等しく逆極性の過渡直流分電流が流れます。この瞬時の各相の過渡直流分電流の和を取れば交流分電流が0になるのと同じく過渡直流分電流も0になります。その後各相の過渡直流分電流は時定数で減衰して行きますが、三相對称回路のため時定数は各相共等しく、同じ割合で減衰して行くため、スイッチ投入後の任意の瞬時に於ける各相の過渡直流分電流の和も0になるわけです。

このように三相對称回路では中性点回路の電流と過渡直流分電流が0になるので、初めての場合適過渡直流分電流がどのように流れるかまごつくかもしれませんが、前述の非對称回路の過渡直流分電流のところでも述べた如く、重ねの理で各相の過渡直流分電流の和を取ると0になるのであって、この時でも各相ごとに過渡直流分電流も回路電流も

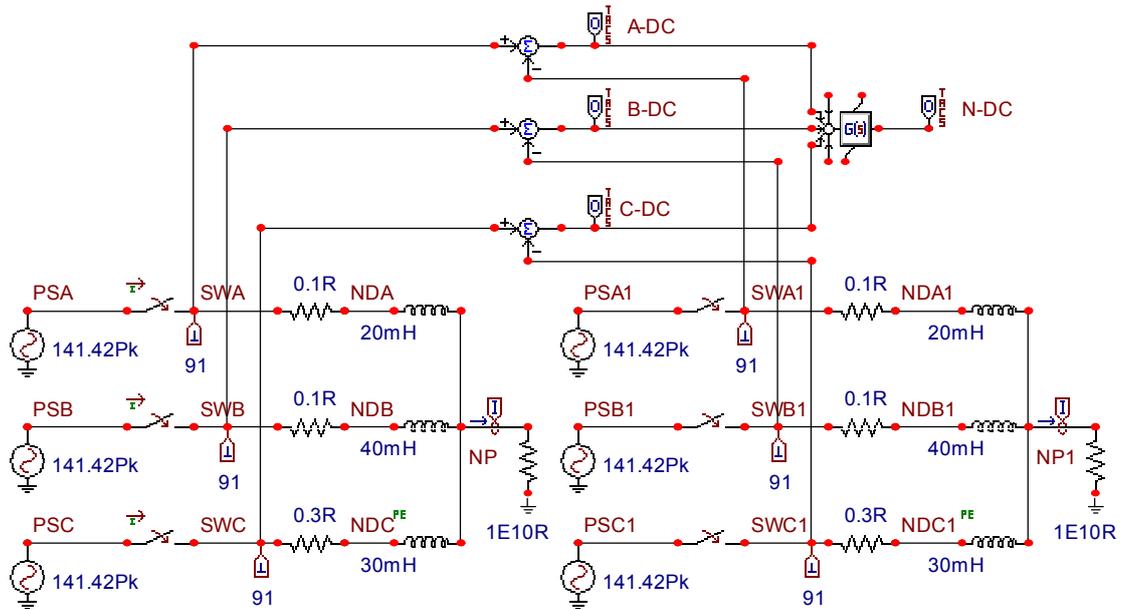
電源→スイッチ→インピーダンス部→大地→自相の電源と還流しています。



5-3 非接地系の非対称三相回路の過渡電流と過渡直流分電流

ここでは中性点が非接地系の非対称三相交流回路系の回路電流と過渡直流分電流がどうなるか検討してみましょう。

下図の如く中性点 NP と NP1 と大地間に $1E10(=1 \cdot 10^{10} \Omega)$ の高抵抗を挿入し、非接地状態とみなせる状態にしてあります。電源電圧、位相および各相のブランチのインピーダンスは 5-1 の 1) と同一にしています。



この場合各相に流れる過渡電流と過渡直流分電流値は 5-1 の 1) の結果と異なってきます。その理由は下図の如く、各相の流れる電流ルートが 5-1 の 1) と異なり残りの 2 相に分流して流れ自相の電源に戻るためです。

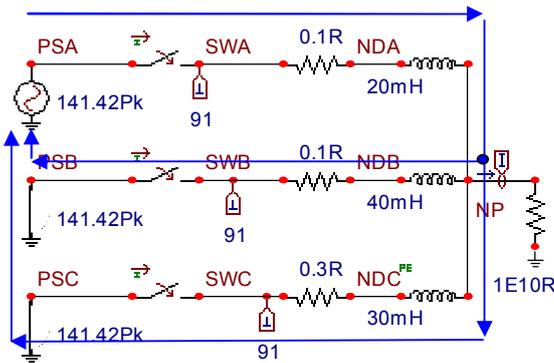
重ねの理を使うとき回路は下図のように分解できてこれら各相に流れる電流の和を求めらることで各相電流を求められるのは重ねの理の示すとおりですね。

1) 電流還流ルートと重ねの理による回路電流の求め方

A相の回路電流と過渡直流分電流の流れるルート

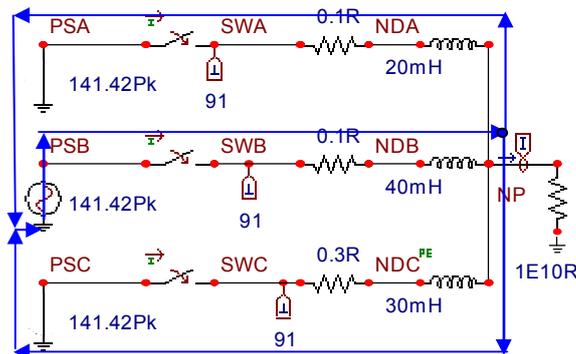
A相電流は中性点でB相とC相に分流した後、大地を経由してA相電源へ還流します。中性点回路のインピーダンスは極めて高い抵抗としているので電流はほとんど流れません(以下同様です)。

このように直接接地系と電流が流れるパスが異なるため、非接地系の過渡電流、過渡直流分電流の値は直接接地系のものと異なって来ます



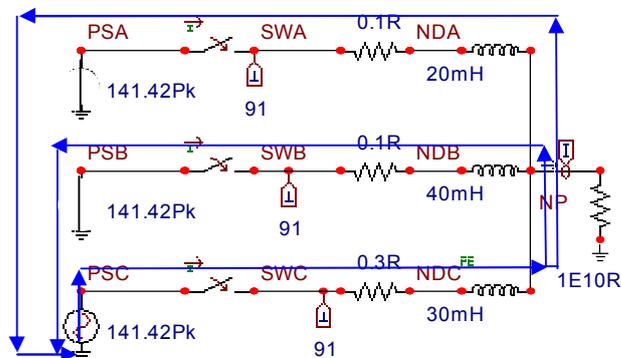
B相の過渡電流と過渡直流分電流の流れるルート

B相電流は中性点でA相とC相に分流して大地を経由してB相電源へ還流します。



C相の過渡電流と過渡直流分電流の流れるルート

C相電流は中性点でA相とB相に分流して大地を経由してC相電源へ還流します。



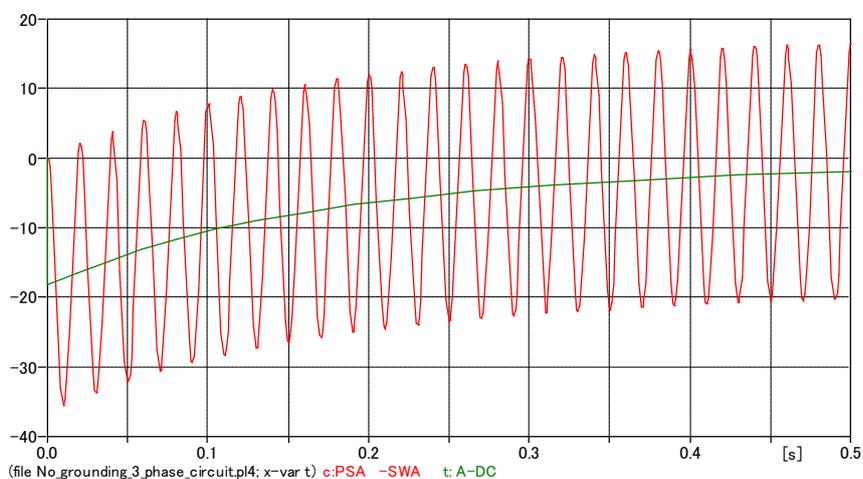
最終的に各相に流れる過渡電流と過渡直流分電流は重ねの理を利用してこれらの和になります。つまり一例としてA相の電流は 1)~3)の各ケースでA相に流れる電流の和になります。

ATP を使えばこのような作業を行うことなく直ちに各相に流れる過渡電流と過渡直流分電流を 5-3 の回路図から直ちに次図に示す如く求めることができますが、上図は非接地系三相回路の過渡電流と過渡直流分電流の流れ方を知る上で重ねの理を使って考えれば簡単にわかり、大切と考え、紹介する次第です。

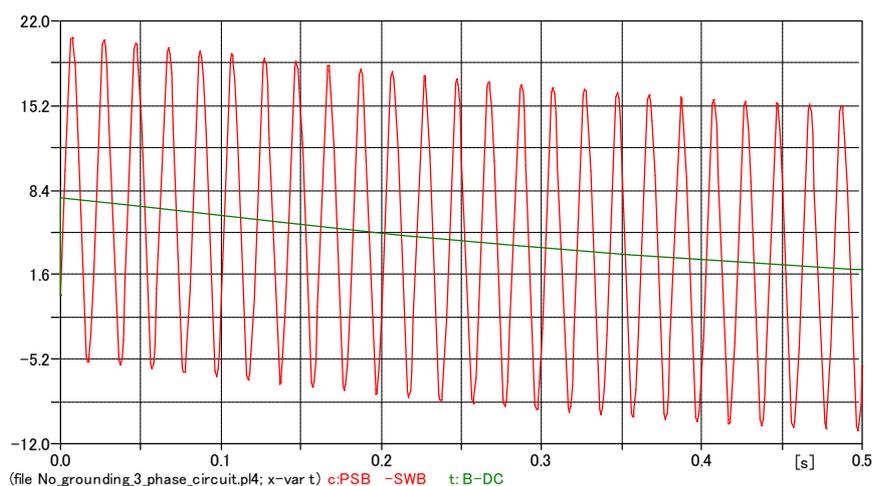
2) ATPにより三相非接地系回路から回路電流と過渡直流分電流を計算した結果

5-3 の1)の三非接地回路を作成してATPで計算したこれらの電流は下図に示すとおりになりますがこれらと直接接地系の 5-1 の1),2)と明らかに異なった大きさになっているのがわかります。これは電流が流れるルートとインピーダンスが 5-1 の1),2)と異なっているからです。

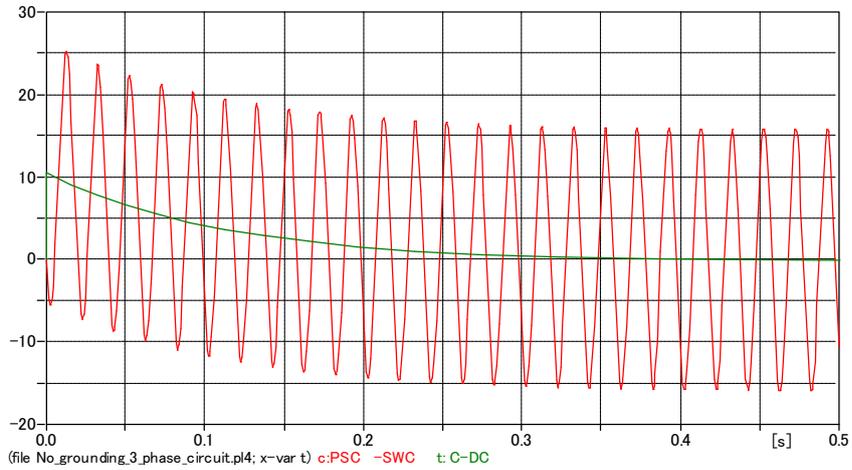
A相の過渡電流と過渡直流分電流



B相の過渡電流と過渡直流分電流



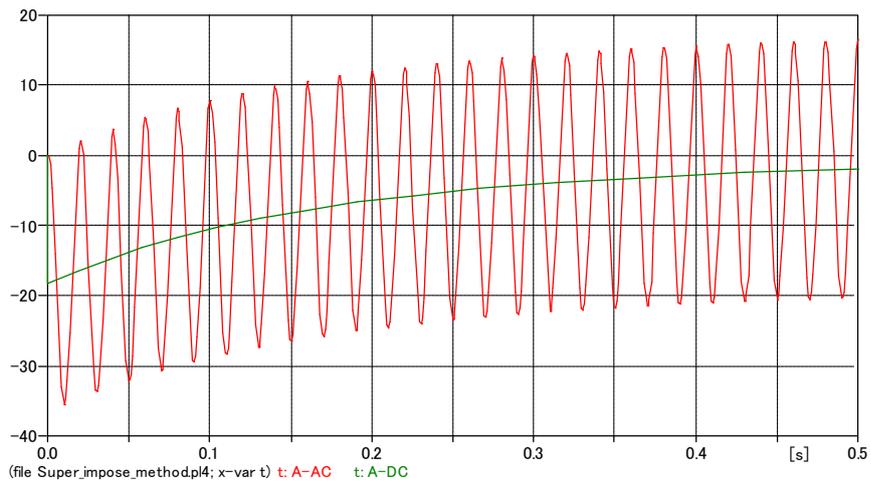
C相の過渡電流と過渡直流分電流



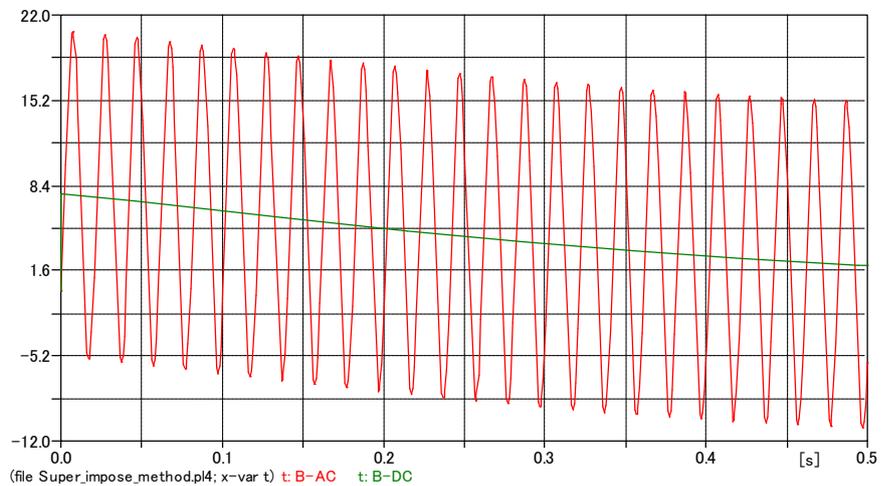
3) 重ねの理による各相電流の計算結果

下図に示す結果となり、上記の 5-3 の 2) の三相高抵抗接地系で計算した結果と合致しています。

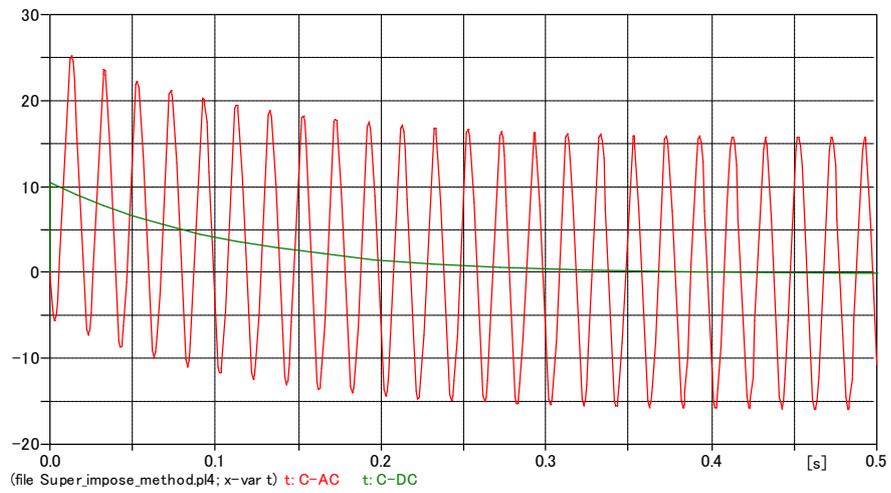
A相の過渡電流と過渡直流分電流



B相の過渡電流と過渡直流分電流

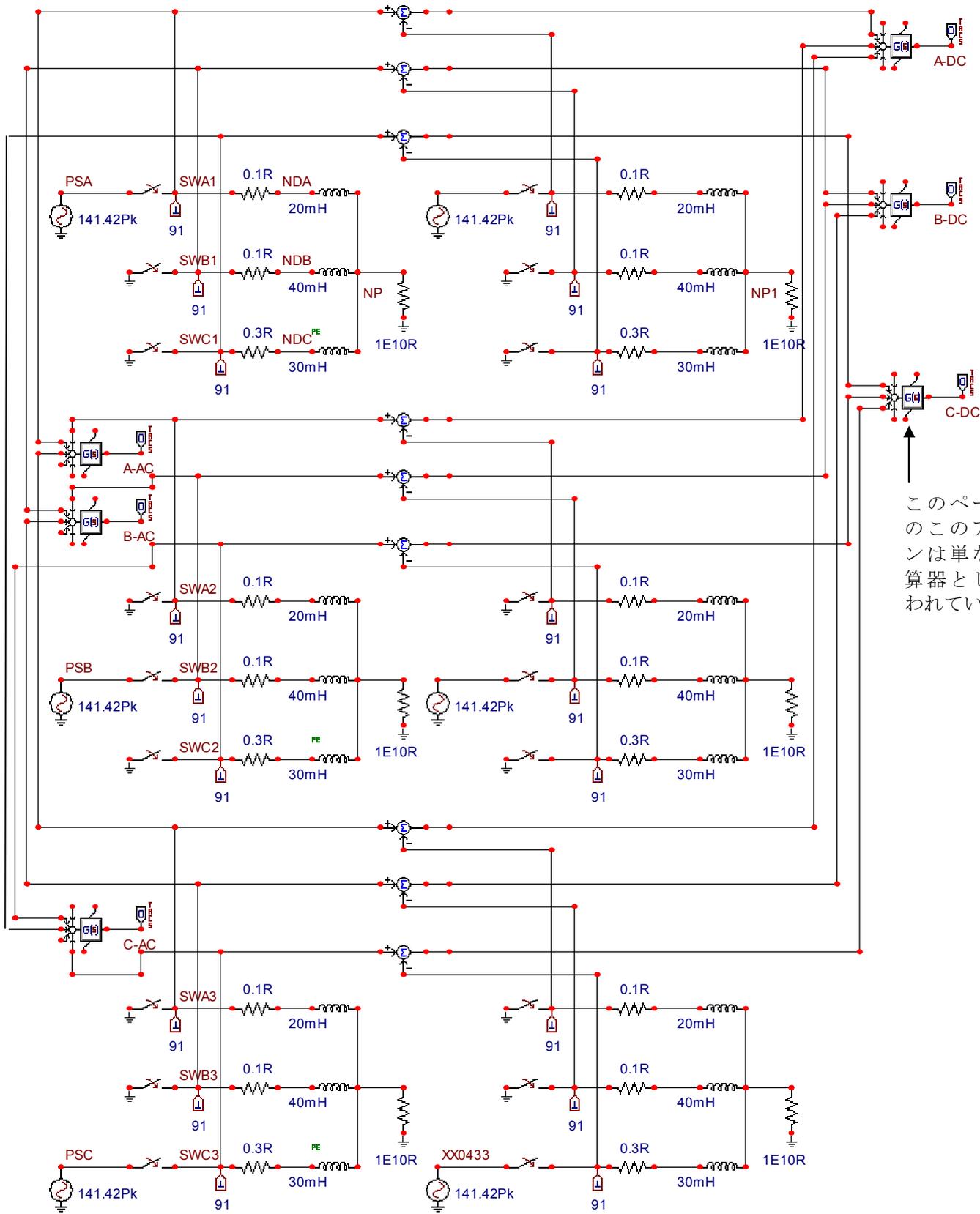


C相の過渡電流と過渡直流分電流



この計算結果を得るために使用した **ATPDRAW** の回路は次ページに示すとおりです。参考までに **ATP USER** の方のために掲載します。

ここでは重ねの理を使っても三相回路で直接計算しても同じ結果が得られることを示しました。したがって実際問題として三相非接地系の非対称回路の計算は次ページの如く複雑な回路を組む事無く、5-3 の冒頭に述べた回路で簡単に計算できます。



このページ内のこのアイコンは単なる加算器として使われています。

尚、中性点に挿入した抵抗は今回 $1E10\Omega$ の高抵抗で、このため電流はほとんど中性点回路を流れませんが、もし中性点接地インピーダンスが低ければ中性点回路にも分流して電流がながれます。この時の考え方も重ねの理を使って同様に考えることができます。ATP を使えば、5-3 の冒頭の三相非対称回路の中性点抵抗を任意のインピーダンスに変更して直ちに各回路の電流を求めることができます。

6. まとめ

1 指数関数と時定数の復習のまとめ

直流回路でスイッチの投入や開放をすると回路の過渡電流は時定数を含んだ指数関数で増加、減衰します。

直流回路電流が減衰するとき電流は時定数を T 、初期値を $I_{initial}$ 、定常状態電流を I_{steady} 、経過時間を t とすれば、電流が減衰する時は

$$i(t) = I_{initial} \cdot \exp(-t/T)$$

電流が増加する時は

$$i(t) = I_{steady} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right)\right) \quad \text{と表せます。}$$

直流回のみならず交流回路でも過渡時、過渡直流分電流が流れます。

2 直流回路の過渡電流と時定数のまとめ

2-1 R-L 直列回路の過渡電流と時定数

直流回路の過渡現象が交流回路の過渡直流分電流を考える上でベースになっています。

R-L 直列回路が応用を広げるために大切な回路です。

過渡時の回路電流の式と時定数は回路の電圧平衡に関する微分方程式に初期条件を入れて解けば得られます。

R-L 直列回路で過渡電流が増加する時の式は次のようになります。

$$i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\frac{L}{R}}\right)\right) = I_{steady} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right)\right) \quad (2)$$

回路電流が増加する時も減衰する時も時定数は L/R と回路定数を以って表されます。

過渡時回路電流が $0(A)$ から急変できず、時定数を含んだ指数関数で増加や減衰するのはインダクタンスの電流急変を妨げる性質によっています。

電圧に関する微分方程式を解いて過渡時の回路電流及び過渡直流分電流を求める方法は正確であり、傾向も読み取れるので最善の方法ですが、この方法が楽であるとは限りません。

ATP を使えば微分方程式を解くことなく、簡単に回路電流を求めることができます。

時定数が小さければ(大きければ)過渡電流は早く(遅く)定常状態に収束します。

直流回路で電流が定常状態になっていればインダクタンスが回路中に存在していても、インダクタンスは電圧降下や電流の通過になんら関係しません。スイッチの開閉などにより回路電流が過渡的に変化すれば、電流は時定数で指数関数状に変化し、インダクタンスは電流の急激な変化を妨げるように作用したり、インダクタンス部に高電圧を発生させたりします。直流回路のインダクタンスは定常状態ではその存在は忘れることができますが、ひとたび過渡状態になれば無視することはできません。

過渡現象が増加する時と減衰する時では時定数後の値は次のようになります。

増加の時、時定数後には最終定常値の 63.21%まで増加する

減衰の時、時定数後には初期値の 36.79%まで減衰する

R-L回路の電圧の過渡変化も電流の時定数と同じL/Rで変化します。

接地抵抗RGとR-L直列回路が閉回路になっている回路を電源から開放するとRGの値にほぼ比例してインダクタンス部には電圧が発生します。しかしこの電圧は時定数がRGにほぼ比例して小さくなるので早く減衰します。

2-2 R-L 並列回路の過渡電流と時定数

L回路の電流は直線状に増加して行きます。L回路をR-L直列回路の抵抗値が微小なケースとして考えてもこの結論に至ります。

2-3 R-C 直列回路の過渡電流と時定数

R-C直列回路はCを含んだ回路を検討する時、基本的な回路となります。

R-C直列回路を充電する時、回路電流は

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right) \quad (23) \quad \text{となります。}$$

R-C直列回路R-L直列回路とR-L直列回路の電流変化の様子は大いに異なり、

R-L直列回路では過渡現象開始の $t=0$ の瞬間、電流は直前の値、0(A)であり、それから時間と共に時定数を含んだ指数関数で増加します。

R-C直列回路ではスイッチを閉じた瞬間 $t=0$ で電流は直ちに抵抗だけで制限される

$i(t) = \frac{E}{R}$ の値になり、その後時定数を含んだ指数関数で減衰します。

R-C直列回路がこのような性質を示すのは抵抗が電流の過渡変化速度に対して何も制限をしないし、キャパシタンスも電荷が無い状態では電荷の侵入になんら制限をしないためです。(キャパシタンスが充電されて行くにつれてキャパシタンス電圧が高くなるので、電荷進入がしにくくなりキャパシタンス充電電流は減衰して行きます。)

R-C回路を充電する時キャパシタンス電圧も回路電流の時定数 $R \cdot C$ と同じ時定数を含んだ指数関数で増加して行きます(電流は充電されて電圧が上昇するので時定数 $R \cdot C$ を含んだ指数関数で減衰します)。

R-C直列回路が放電する時の回路電流は次式で減衰します。

$$i(t) = \frac{-E}{R} \cdot \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right) \quad (30) \quad \text{このときの時定数は(23)式と}$$

同一になります。

2-4 RとCの並列回路の過渡電流と時定数

RとCの並列回路を考察する場合、C回路は微小抵抗とCの直列回路として考えられるのでR-C直列回路と同じ回路電流の式が適用できます。

R-C直列回路で抵抗値が小さいと回路電流はスイッチ投入と共に大きな電流が流れますが極めて短い時定数で電流は0に減衰するので、回路電流はスパイク状の突入充電電流になります。

2-5 時定数の単位

時定数の単位はsec.です。これは時定数の定義式L/と、 $R \cdot C$ をS.I.単位系の基本単位の次元にして計算すると求められます。

3. 単相交流回路の過渡電流と時定数のまとめ

3-1 R-L 直列回路の過渡直流分電流と時定数

R-L直列回路を交流電源に接続する時スイッチの投入タイミングによって回路には過渡直流分電流が流れたり流れなかったりします。

過渡直流分電流が流れる時は、過渡直流分電流と交流分電流が重畳した回路電流が流れます。

交流電流が0(A)のタイミングでスイッチが閉じられると過渡直流分電流は流れません。

スイッチを閉じた瞬間が、交流電流が0(A)で無いタイミングの時は、回路電流はインダクタンスの作用で0(A)からその時の交流分の電流値に急変できないので、必ず交流分電流を相殺して0(A)にするための過渡直流分電流が流れます。

過渡直流分電流の大きさは投入瞬時の交流電流値のピーク値と大きさが等しく、逆極性の過渡直流分電流になり、時定数を含んだ指数関数で減衰します。

スイッチを投入したときの回路電流の式は次式になります。

$$i(t) = \frac{E_m}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \underbrace{\omega \cdot L \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) + R \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta)}_{\text{交流分電流}} - \underbrace{(R \cdot \cos(\theta) + \omega \cdot L \cdot \sin(\theta)) \cdot \exp(-t \cdot R/L)}_{\text{直流分電流}} \right\} \quad (33)$$

過渡直流分電流は交流電源から供給されます。

過渡直流分電流が最大になるスイッチの投入タイミングは交流電流が最大値のタイミングです。
 $t=0$ でスイッチを投入した時、過渡直流分電流が最大になる電源の進み位相角は

$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right) \quad (\text{radian}) \quad (34) \text{として求められます}$$

ATP を使えば回路電流中に含まれる過渡直流分電流を抽出して表示させることができます。

3-2 R-C 直列回路の過渡直流分電流と時定数

R,C 直列回路ではスイッチを閉じた瞬間に流れるべき電流値に急変できます。

過渡直流分電流の大きさは R-C 直列回路でも投入タイミングに依存しますが、過渡直流分電流が最大になるタイミングは R-L 直列回路の場合と異なり、交流電流が 0(A)のタイミングです。過渡電流の式は次のようになります。

$$i(t) = \left(\frac{E_m \cdot C}{1 + \omega^2 \cdot R^2 \cdot C^2} \right) \cdot \left[\underbrace{-\omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) + \omega^2 \cdot C \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta)}_{\text{交流分電流}} + \underbrace{\frac{1}{R \cdot C} \cdot \{\cos(\theta) + \omega \cdot C \cdot R \cdot \sin(\theta)\} \cdot \exp(-t/(R \cdot C))}_{\text{過渡直流分電流の項}} \right] \quad (40)$$

過渡直流分電流を表す(40)式中の第3項は $t=0$ でスイッチを投入するとして電源位相 θ をパラメータとして過渡直流分電流の大きさをプロットすると、その大きさは正弦波状になり、半サイクル中に一つの最大値と二つの 0(A)の位相が存在するのがわかります。

過渡直流分電流の最大値になる電源の進み位相は

$$\theta = \arctan(R \cdot \omega \cdot C) \quad (48) \text{として求めることができます。}$$

過渡直流分電流が最大になるのは交流分電流が 0(A)のタイミングで投入されるときです。

過渡直流分電流が流れる理由は次式の電圧平衡の式を満足させるために流れます。

$$v = R \cdot i + \frac{1}{C} \int i \, dt \quad (50)$$

過渡直流分電流が流れない $t=0$ でスイッチを投入する時の電源位相 θ は

$$dc_compo = \frac{E_m \cdot (\cos(\theta) + R \cdot \omega \cdot C \cdot \sin(\theta))}{R(1 + R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2)} = 0 \quad (51) \text{を解いて求めることができます。}$$

4. 時定数の覚え方のまとめ

インダクタンスまたはキャパシタンスに蓄えられたエネルギーが放電される時を想定すればわかりやすい。

5. 三相交流回路の過渡直流分電流と時定数のまとめ

5-1 中性点直接接地の非対称三相回路の回路電流と過渡直流分電流の計算

直接接地系の非対称三相回路の各相の過渡直流分電流は他相にはインピーダンスがあるため流れず、中性点から大地を通り自相の電源に戻ります。このため各相の単相回路が三つとして扱い重ねの理で中性点から大地に流れる電流を計算することができます。

ATP では三相の非対称回路のまま各部の電流を直ちに求めることができます。

5-2 対称三相回路の回路電流と過渡直流分電流の計算

この場合の各相の交流分と過渡直流分電流の大きさは次のようになります。

任意の瞬時に於ける各相の交流電流の和は 0 になります。スイッチを閉じた瞬間各相にはその時の交流分電流を相殺するように大きさが等しく逆極性の過渡直流分電流が流れます。この瞬時の各相の過渡直流分電流の和を取れば交流分電流が 0 になるのと同じく過渡直流分電流も 0 になります。その後各相の過渡直流分電流は時定数で減衰して行きますが、三相對称回路のため時定数は各相共等しく、同じ割合で減衰して行くため、各相の過渡直流分電流の和も常に 0 になります。したがって中性点から大地

へ流れる電流も 0(A)となります。

5 - 3 非接地系の非対称三相回路の過渡電流と過渡直流分電流の分布

回路が非接地系や任意のインピーダンス接地系になると過渡回路電流と過渡直流分電流の分布は直接接地系の非対称回路の電流分布と異なります。これは任意の相の交流分電流と過渡直流分電流は残りの 2 相に分流し、中性点回路に非接地系のため電流が流れないためです。

この時の各相の過渡直流分電流については重ねの理で考察するとわかりやすい。

ATP を使えば重ねの理で演算しなくともたちどころに各相の過渡電流および過渡直流分電流を計算することができます。

以上