Rev3 2011/06/05

回転運動に関するまとめ

ATP(EMTP)の小さな研究室

高橋賢司　著

当研究室のその他の解説書は下記からアクセスできます。
http://homepage3.nifty.com/ATP_EMTP_research/

回転運動に関するまとめ

EMTP でシミュレーションを行う場合、発電機、電動機のロータの運動に関する機械系の基礎知識が必要になる場合があります。
本稿はこれらの機械系の基礎知識を整理する意味で下記目次に示す内容について整理し、まとめてみました。

目次

1. 質点の回転運動

或る回転軸を中心として質点が回転運動する時の関係式が剛体の回転運動の基礎となっているので、質点の回転運動から述べます。剛体の回転運動は 2. で述べています。

質量 $m\,(Kg)$ の質点が或る回転軸の周りを回転半径 $r(m)$ で角速度 $\omega\ (rad/s)$ を持って回転運動している時を考えます。

1) モーメントと力のモーメント(トルク) N

一般に原点 O から点 P に向かう位置ベクトル $\vec{r}$ と点 P におけるベクトル量 $\vec{A}$ との外積である、$\vec{r}\times\vec{A}$ を O 点まわりの $\vec{A}$ のモーメントと言います。A の上部の→は A がベクトル量であることを示しています。

この定義を力のモーメント(=トルク) N に適用すると

回転軸から力の作用点に向かう位置ベクトル $\vec{r}$ と作用点の力のベクトル $\vec{F}$ の外積が回転軸回りに物体を回転させようとする力のモーメント(トルク) N になり、次のように表せます。

$$\vec{N}=\vec{r}\times\vec{F}\qquad (N\cdot m)\qquad (1)$$

$$N=\left|\vec{N}\right|=r\cdot F\cdot\sin\theta\qquad (N\cdot m)\qquad (2)$$

回転軸を中心とする回転運動では $\theta=90^\circ$ となるので

$$N=\left|\vec{N}\right|=r\cdot F\qquad (N\cdot m)\qquad (3)$$

ここで

$\vec{N}$: 力のモーメント(トルク)

$\vec{r}$: 回転軸から力の作用点に向かう位置ベクトル

$\vec{F}$: 力のベクトル

θ : 位置ベクトル $\vec{r}$ と力のベクトル $\vec{F}$ のなす角度、回転運動では $\theta=90^\circ$

このように力のモーメント(トルク)はベクトルの外積で与えられる量です。

力のモーメント(トルク)の向きは次のとおりです。

回転軸から位置ベクトル $\vec{r}$ にある質点に、外力 $\vec{F}$ が質点を回転軸周りに右ねじを回す方向に働く時、力のモーメント(トルク)の方向は右ねじが進む方向になります。

力のモーメント $\vec{N}$ と後述の慣性モーメント I と角加速度 $\vec{\alpha}$ との間には次の関係式が成立します。詳細は 1. 8) 回転運動の運動方程式 で説明しています。

$$I\cdot\vec{\alpha}=\vec{N}\qquad (4)$$

また力のモーメント $\vec{N}$ と後述の 4)項の角運動量 $\vec{L}$ との間には、次の関係が成立します。
詳細は 1. 5) 力のモーメント=回転トルク で説明しています。

$$\vec{N}=\frac{d\vec{L}}{dt}\qquad (5)$$

力のモーメント(トルク)、角速度 ω 及び仕事率(動力) p との間には次の良く使われる関係式が成立します。T は N と同じ意味ですが、工学上はトルクは T と書かれる場合が多い。

$$p=\left|\vec{N}\right|\left|\vec{\omega}\right|=T\cdot\omega=r\cdot F\cdot\omega=F\cdot v\qquad (w)\quad (\because N\cdot m/s\rightarrow J/s=w)\qquad (6)$$

2) 角速度 $\vec{\omega}$ (rad/s)

角速度で良く使われる関係式は下記の(9)式ですが、その前に御参考までに角速度 ω の厳密な定義は次のとおりです。

三次元での定義
回転軸から位置ベクトル $\vec{r}$ にある質点が速度 $\vec{v}$ で運動しているとき、角速度 $\vec{\omega}$ は(7)式のように定義されます。角速度ベクトルの向きは質点を右ねじを回す方向に回転させた時、右ねじが進む方向になります。

$$\vec{\omega}=\frac{\vec{r}\times\vec{v}}{|\vec{r}|^2} \qquad (7)$$

二次元平面の角速度は正負の値を持つスカラー量で次のように表されます。

$$\omega=\frac{v}{|\vec{r}|} \qquad (8)$$

三次元での角速度 $\vec{\omega}$ は上述のごとくベクトル量ですが、回転軸周りの剛体や質点の回転の速さを表す時は単純にスカラー量で(3)式のように、単位時間あたりの回転角度(radian)で表されます。(9)式が角速度に関する工学上の大事な関係式です。

$$\omega=|\vec{\omega}|=\frac{d\theta}{dt}\quad(rad/s)=\frac{2\cdot\pi}{T}=2\cdot\pi\cdot f=\frac{|\vec{v}|}{|\vec{r}|}=\frac{v}{r}\quad(1/s) \qquad (9)$$

なお、(9)式の $\omega=\dfrac{v}{r}$ は(7)の定義式から次のように得られます。

$$\omega=|\vec{\omega}|=\frac{|\vec{r}\times\vec{v}|}{r^2}=\frac{r\cdot v\sin(90^\circ)}{r^2}=\frac{v}{r} \qquad (10)$$

$r\cdot v\sin(90^\circ)$ となるのはベクトル $\vec{\omega}$ とベクトル $\vec{v}$ の外積で、$\vec{\omega}$ と $\vec{v}$ が成す角度が円運動のため 90° のためです。
(10)式は(8)式と同じ形になります。

単位の rad は $radian$ の省略形で、これは「弧と半径の長さの比」なので無次元数になるので、角速度又は角周波数の単位の(rad/s) は $rad/s=1/s$ でも表されます。
ここで
- θ： 単位時間あたりの回転角度
- T： 周期
- r： 回転半径
- v： 回転軌跡上の速度度の大きさ

です。

(9)式を変形すれば、回転軌道上の周速度の大きさ v の式が次のように求められます。

$$|\vec{v}|=|\vec{r}|\cdot|\vec{\omega}|\Rightarrow v=r\cdot\omega \qquad (\mathrm{m/s}) \qquad (11)$$

(11)式の単位が (m/s) の単位になるのは角度 $radian$ が上述のように無次元数のためです。

角速度は直線運動の速度に対応します。
角速度を導入することで位置ベクトルの大小による回転速度差を考える必要がなくなります。

(9)式で表されるベクトル量である角速度のスカラー量を角周波数と称します。

3) 角加速度 $\vec{\alpha}$ $\left(rad/s^2\right)$

角速度と同じくベクトル量です。角速度を更に時間で微分したものです。

$$\vec{\alpha}=\frac{d}{dt}\vec{\omega}=\frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2} \qquad \left(rad/s^2\right) \qquad (12)$$

角加速度は直線運動の加速度に対応するものです。

或る回転軸の周りを回転運動している質点に回転トルク $\vec{N}$ を与えると後述の(46)式に示す如く、慣性モーメント I に反比例する角加速度 $\vec{\alpha}$ を生じさせます。

与えた回転トルクが一定値の時、慣性モーメントが大きい時と小さい時を比較すると、慣性モーメントが小さい方が大きな角加速度が得られるということになります。慣性モーメントは動き始めにくさ、止まりにくさを表す量ですからこうなるのですね。

4) 角運動量 $\vec{L}$ $\left(Kg\cdot m^2/s\right)$ と慣性モーメント I $\left(Kg\cdot m^2\right)$

回転運動している質点の位置ベクトル $\vec{r}$ に運動量 $\vec{p}$ を乗じたものは運動量のモーメントで、これを角運動量(Angular momentum)と称します。

位置ベクトルとは原点から質点に向かうベクトルです。

したがって角運動量 $\vec{L}$ は次のように表せます。

$$\vec{L}\equiv\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times m\times\vec{v}=m\cdot\vec{r}\times\vec{v} \qquad \left(Kg\cdot m^2/s\right) \qquad (13)$$

ここで

$$\vec{v}=\vec{r}\times\vec{\omega} \qquad (14)$$ です。

(14)式を(13)式に入れると

$$\vec{L}=m\cdot\vec{r}\times\vec{r}\times\vec{\omega} \qquad (15)$$

(15)式はベクトルの三重積の形になっています。ベクトル三重積には次の公式が成立します。

$$\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\left(\vec{C}\cdot\vec{A}\right)\vec{B}-\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\vec{C} \qquad (16)$$

この公式を(15)式に適用すると

$$\left.\begin{aligned}\vec{A}&=m\cdot\vec{r}\\ \vec{B}&=\vec{r}\\ \vec{C}&=\vec{\omega}\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

に相当するから

$$\vec{L}=\left(\vec{\omega}\cdot m\cdot\vec{r}\right)\vec{r}-\left(m\vec{r}\cdot\vec{r}\right)\vec{\omega}=m\cdot\omega\cdot\vec{r}\cdot\vec{r}-m\cdot\vec{r}\cdot\vec{\omega} \qquad (18)$$

となります。

ここで

$$\left.\begin{aligned}&\vec{r}\cdot\vec{r}=r\cdot r\cdot\cos(0)=r^2\text{、}\\ &m\cdot\vec{r}\cdot\vec{\omega}=m\cdot r\cdot\omega\cdot\cos(90)=0\end{aligned}\right\} \qquad (19)$$ なので、結局 $\vec{L}$ は

$$\vec{L}=m\cdot r^2\cdot\vec{\omega} \qquad (20)$$ となります。

(20)式の $m\cdot r^2$ の部分は 7)項で述べる慣性モーメント I です。
よって、慣性モーメント I を使って角運動量 $\vec{L}$ は次のように表せます。

$$\left.\begin{aligned}&\vec{L}=I\cdot\vec{\omega}\\ &\left|L\right|=L=I\cdot\omega\end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

(21)式から角運動量とは慣性モーメントと角速度に比例する量であることがわかります。

角運動量は並進運動の運動量 $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ に対応する、回転運動の勢いを表す量であると考えることができます。

角運動量の大きさ $\left|L\right| = L$ は(13)式から

$$L = r \cdot p \sin\theta \qquad (22)$$

とも表せます。

θ は $\vec{r}$ と $\vec{p}$ がなす角度です。

角運動量の単位は(13)式で $\left(Kg \cdot m^2/s\right)$ であるとしていますが、力の SI 単位(N)を用いて表せば次のようになります。
質量 m は $m = F(N)/g\left(m/s^2\right)$ と表されます。ここで g は重力加速度です。この関係より質量 m の単位は

$$\frac{N \cdot s^2}{m} \qquad (23)$$

となるので、(23)式を(13)式の $\vec{L} = \vec{r} \cdot m \cdot \vec{v}$ の部分に代入すれば、角運動量 L の単位は、

$$m \cdot \frac{N \cdot s^2}{m} \cdot \frac{m}{s} = N \cdot m \cdot s \qquad (24)$$

とも表すことができることがわかります。

5) 力のモーメント=回転トルク N $\left(N \cdot m\right)$

次に角運動量 $\vec{L}$ の時間微分は回転トルク N になることを示します。
二つのベクトル関数の外積の微分に関して次の微分公式が適用できます。

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{f} \times \vec{g}\right) = \frac{d\vec{f}}{dt} \times \vec{g} + \vec{f} \times \frac{d\vec{g}}{dt} \qquad (25)$$

(25)式に $\vec{f} = \vec{r}$ 、 $\vec{g} = \vec{p}$ を代入して演算すると、

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r} \times \vec{p}\right) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (26)$$

ここで、(26)式の右辺第一項の $\dfrac{d\vec{r}}{dt}$ は位置ベクトルの微分を示し、これは速度ベクトル $\vec{v}$ になります。
位置ベクトルの微分が速度ベクトルになるのは、たとえば二次元の x 軸上を移動する質点の位置ベクトルは、原点から質点までのベクトルが位置ベクトルで、これの時間微分は x 軸方向の速度ベクトルになるのと同じです。

すると(14’)式のごとく同じベクトル $\vec{v}$ どうしの内積は 0 となるので(15)式が成立します。

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \left(m \cdot \vec{v}\right) = \vec{v} \times \left(m \cdot \vec{v}\right) = 0 \qquad (27)$$

となります。

$\vec{v} \times \left(m \cdot \vec{v}\right) = 0$ となる理由は $\vec{v} \times m \cdot \vec{v} = m \cdot v \cdot v \cdot \sin(0) = 0$ となるためです。

また(26)式の右辺第二項は次式のようになります。$\vec{\alpha}$ は加速度、$\vec{F}$ は力、$\vec{N}$ は力のモーメント(トルク)
です。

$$\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\left(m \cdot \vec{v}\right)}{dt} = \vec{r} \times m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times m \cdot \vec{\alpha} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (28)$$

よって、角運動量の時間微分は(29)式のごとく、トルクになるのがわかります。

$$\frac{d}{d\,t}\vec{L}=\vec{r}\times\vec{F}=\vec{N} \qquad (29)$$

この(29)式を回転の運動方程式と言います。

6) 回転運動している質点の運動エネルギー E ($Kg\cdot m^2\cdot rad^2/s^2=J$)

運動エネルギーは運動している物体の速度を変化させるために必要な仕事(エネルギー)です。

質点の直線運動でも、回転軸の周りに回転する質点の回転運動でも、運動エネルギー E は

$$E=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \quad (J) \qquad (30)$$

となります。

(この運動エネルギーの式はエネルギー積分から誘導できますが省略します。)

運動エネルギーの単位は J (ジュール)です。

微小質点が集まって構成される剛体が回転運動している時の運動エネルギーは(18)式を基礎にして後述 2. 1)項のごとく、

$$E=\frac{1}{2}I\cdot\omega^2 \qquad (31)$$

となります。

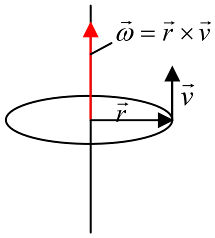
剛体の回転運動エネルギーはこのように慣性モーメントと角速度の二乗の積に比例します。

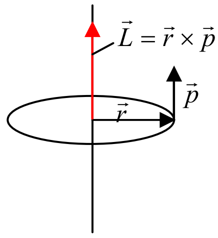
直線運動の運動エネルギーとの対応は、質量 m は慣性モーメント I に対応し、速度は角速度に対応しています。

7) 慣性モーメント

前述のごとく、(20)式の中の $m \cdot r^2$ の部分を慣性モーメントと言います。
回転軸を中心に回転する質点の場合、慣性モーメントはスカラー量で取り扱えます。
このことは次の理由によります。

① 角運動量ベクトルと角速度ベクトルは下図のごとく平行になることと、
② (13’)式の $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$ の関係を考慮すれば、角運動量ベクトルと角速度ベクトルを関連付ける慣性モーメントはスカラー量であることがわかります。





この慣性モーメントは記号 I(又はJ)で表わされます。

$$I(\text{又は}J) = m \cdot r^2 \qquad (kg \cdot m^2) \qquad (32)$$

単位 J は電気の分野で用いられます。電流 I と慣性モーメント I を区別したいためです。

(32)式から質点の慣性モーメントは質点の質量と回転軸から質点までの距離の二乗に比例する量であることがわかります。
この慣性モーメント I という量を導入している理由は剛体の回転運動を記述する上で必要なためです。

N個の質点からなる系の慣性モーメントは次式で表されます。

$$I = \sum_i m_i \cdot r_i^2 \qquad (33)$$

m_i は i 番目の質点の質量、r_i は i 番目の質点の中心軸からの距離です。

(32), (33)式は未だ質点の慣性モーメントであって、大きさを持つ剛体の慣性モーメントでは無いことに注意を払う必要があります。(32)式は剛体の慣性モーメントを算出する時の基礎になるものです。
なぜなら剛体の慣性モーメントは(32)式で表される各質点の慣性モーメントを剛体の全ての部分に亘って(33)式のごとく積分したものになり、剛体の形状によりさまざまな式になるからです。
たとえば半径 R_o、全質量 M、の中実回転柱を回転柱の両端の面を通る中心軸を中心にして回転させる場合の慣性モーメントは $I = \frac{1}{2} M \cdot R_o{}^2$、また半径 R_o の中実球の慣性モーメントは $I = \frac{2}{5} M \cdot R_o{}^2$ となります。
(ここで例として挙げた剛体の実際の半径 R_o と後述の 2. 2)で述べている回転半径 R は別物です。ご注意ください。詳細は 2. 2)で説明しています。)

(32)式を積分形で表現すると次のようになります。

剛体の微小部分の慣性モーメントをdIはその微小部分の回転の中心軸からの距離rとその微小部分の質量dmを使って、

$$dI = r^2 dm \qquad (34)$$

と表せます。

また微小部分の質量dmは密度をρとし微小部分の体積をdVとすれば次のように表せます。

$$dm = \rho\, dV \qquad (35)$$

(35)式を(34)式に入れて

$$dI = \rho r^2\, dV \qquad (36)$$

よって全体の慣性モーメントは

$$I = \int \rho \cdot r^2\, dV \qquad (37)$$

この慣性モーメントは回転運動の変化(回りだしたり、止まったりする変化)のしにくさを表す量です。

(例)

今大きな慣性モーメントI_ℓを有する質点と、小さな慣性モーメントI_sがそれぞれ等速回転運動をしている時にそれぞれに等しい値の回転トルクNを与えた時、質点に発生する角加速度は前述の(34)式の関係式から I_ℓの質点の角加速度のほうが小さくなります。慣性モーメントが大きいと、回転運動の変化が発生しにくくなるためです。

慣性モーメントIのもう少し詳しい説明は2. 1)でもしています。

慣性モーメントの応用例の一つとして Fly wheel(弾み車)があります。これは慣性モーメントの大きな回転体で、これを回転軸系に取り付けると負荷急変時の速度変化を小さく抑えることができます。慣性モーメントの大きなFly wheelを取り付けていれば後述の(49)式で示すように軸系の運動エネルギーが大きくなるので、回転運動にブレーキがかかる時は Fly wheel から運動エネルギーが放出され、速度が一定に保たれるようになり、また回転運動が加速される時は、Fly wheelが運動エネルギーの吸収をして速度が一定に保たれるようになります。

尚、(32)式のKgをSI単位系の力の単位である(N)を使って表現すると

$$1(N) = 1(Kg) \cdot 1\left(m/s^2\right) \qquad (38)$$

と定義されるので、質量(Kg)は次式のようになります。

$$(Kg) = \left(N \cdot s^2/m\right) \qquad (39)$$

(39)式を慣性モーメントの(32)式に入れれば

$$I(\text{又は}J)\text{の単位} = \underbrace{\frac{N \cdot s^2}{m}}_{Kg} \cdot m^2 = N \cdot m \cdot s^2 \qquad (40)$$

となります。

8) 重力単位の慣性モーメントの単位

重力単位の(Kgf)は、SI単位系ではありませんが使われる場合があります。

重力単位系の力の単位(Kgf)は単位質量$1(Kg)$にかかる重力として次のように定義されます。

$$1(Kgf) = 1(Kg) \cdot g\left(m/s^2\right) \qquad (41)$$

ここでgは重力加速度です。

(41)式より質量$m(Kg)$の単位は重力単位系で表すと、

$$m(Kg) = \frac{F(Kgf)}{g(m/s^2)} = (Kgf \cdot s^2/m) \qquad (42)$$ と表せます。

(42)式を慣性モーメントの(32)式に入れれば、重力単位系の Kgf を使った場合の慣性モーメントの単位は次のようになります。

$$I = m \cdot r^2 \left(\frac{Kgf \cdot s^2}{m} \cdot m^2 \Rightarrow \underline{Kgf \cdot s^2 \cdot m} \right) \quad (43)$$ となります。

9) 回転運動の運動方程式

(29)式の回転トルク $\vec{N}$ は、次のように慣性モーメント I に角加速度 α を乗じても求められます。

$$I \cdot \vec{\alpha} = I \cdot \frac{d}{dt}\vec{\omega} = m \cdot r^2 \cdot \frac{d}{dt}\vec{\omega} = m \cdot (\vec{r} \cdot \vec{r}\cos(0)) \cdot \frac{d}{dt}\vec{\omega} = \vec{r} \cdot m \cdot \frac{d(\vec{r} \cdot \vec{\omega})}{dt} = \vec{r} \cdot m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (44)$$

(44)式中の $m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$ は

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \qquad (45)$$

ですから(45)式を(44)式に入れて

$$I \cdot \vec{\alpha} = \vec{r} \cdot \vec{F} = \vec{N} \quad (N \cdot m) \qquad (46)$$

(46)式は回転剛体にトルク $\vec{N}$ が加わると慣性モーメント I に反比例した角加速度 α を生じることを表しています。

(46)式は(29)式と同じく回転運動の運動方程式と呼ばれるもので、並進運動の時の運動方程式、

$$\vec{F} = m \cdot \vec{\alpha} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d\left(\frac{d\vec{x}}{dt}\right)}{dt} = m\frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$$ に対応します。

$\vec{x}$ は質点の位置ベクトルです。

2. 剛体の回転運動

剛体には重心が存在するので､剛体の全ての点が同じ方向に直線または曲線運動(このような運動を並進運動と称します)をしている時は、全質量がこの重心に集まったものとして、点質量の運動方程式を利用して考察ができます。

剛体運動にはこの並進運動のほかに、点質量とは異なり、剛体にトルク(力のモーメント)が加われば、或る回転軸まわりに回転する剛体の回転運動が出現します。

この回転運動は慣性モーメントを使って記述することができます。

1) 回転剛体の運動エネルギーと慣性モーメントの意味

或る回転軸を中心にして剛体が回転している場合の剛体の運動エネルギー E は剛体が質量 Δm の無数の質点から構成されていると考え、質点の運動エネルギーをベースにして次のように導くことができます。

回転軸から r の位置にある質点 Δm の回転速度を v とすれば、この質点の運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}\Delta m \cdot v^2 = \frac{1}{2}\Delta m \cdot (r \cdot \omega)^2 \quad (\mathrm{J}) \qquad (47)$$

剛体の全体の運動エネルギー E は(47)式で表される全ての微小部分の運動エネルギーを全て加えたものですから

$$E=\Sigma\frac{1}{2}\Delta m\cdot v^2=\Sigma\frac{1}{2}\Delta m\cdot(r\cdot\omega)^2=\frac{1}{2}\left(\Sigma\Delta m\cdot r^2\right)\cdot\omega^2 \quad (\mathrm{J}) \qquad (48)$$

(48)式中の$\left(\Sigma\Delta m\cdot r^2\right)$部は回転軸から距離$r$離れた位置の微小部分質量$\Delta m$に距離の二乗をかけたものを剛体のあらゆる微小部分について全て加えたもの(積分したもの)であり、これが剛体の慣性モーメントIの定義になります。よって$\left(\Sigma\Delta m\cdot r^2\right)$部を$I$に置き換えて

$$E=\frac{1}{2}I\cdot\omega^2 \qquad (\mathrm{J}) \qquad (49)$$

を得ます。

(49)式から明らかなように慣性モーメントが大きいほど、また角速度が速いほど、剛体の保有する運動エネルギーが高いことがわかります。

(49)式から慣性モーメントの単位が$Kg\cdot m^2$、ω^2の単位はrad^2/s^2なので、運動エネルギーEの単位は、

$$Kg\cdot m^2\cdot rad^2/s^2=J \qquad (50)$$

となります。

2) 回転半径

尚、全質量$M(Kg)$の剛体の慣性モーメントIに対して、全質量$M(Kg)$が回転軸から$R(m)$の回転半径の位置に質点として集まり、且つ(48),(49)式で示した慣性モーメントと同じ値を持つと考えれば、この剛体の慣性モーメント$I\left(Kg\cdot m^2\right)$は

$$I=M\cdot R^2 \qquad (51)$$

と表せます。

この時の $R(m)$を回転半径と称しています。

この回転半径は次項のGD^2(GD square と読みます。GD^2は「はずみ車効果」と呼ばれるものです)のD(回転直径)の 1/2 です。

回転半径は上述のごとく仮想的なものであり、剛体の実際の半径と回転半径とは別物です。例えば半径R_o、全質量Mの中実回転柱を回転柱の両端の面を通る中心軸を中心にして回転させる場合の慣性モーメントは$I=\frac{1}{2}M\cdot R_o{}^2$です。この回転柱の回転半径$R$は次のようになります。

この慣性モーメントIと回転半径Rで回転する質点Mの慣性モーメントが等しいことより次式が成り立ちます。

$$I=\frac{1}{2}M\cdot R_o{}^2=M\cdot R^2 \qquad (52)$$

$$\therefore R=\frac{R_o}{\sqrt{2}} \qquad (53)$$

このように実際の半径R_oと回転半径Rは別物です。

3) GD^2とWR^2

剛体の全重量$G(Kgf)$(質量ではないのでご注意!) が回転半径のところに質点として集まったと仮想した時の剛体の「はずみ車効果」を表すもので、剛体の全重量Gと回転半径の二倍である回転直径Dの二乗の積で表します。

$$GD^2=G\times D^2 \qquad (54)$$

GD^2の単位は

(1) 回転体の重量Gを重量キログラム(記号: Kgf)で表せば、
重量キログラム(Kgf)は質量 1(Kg)に働く重量で重量キログラム値(Kgf)と質量値(Kg)は同じ数値になります。この時の GD^2の単位は$\left(Kgf\cdot m^2\right)$となります。

(2) 回転体の重量Gが(N) の単位で表されると、重量キログラム値(Kgf)と
力(N)の間の関係は$1Kgf = 1 \times g\ (N)$ です。(g:重力加速度)
よって、GD^2の単位は$(N \cdot m^2)$となります。

このGD^2と似たものにWR^2があります。これは剛体の全重量を使うことには変わりありませんが、回転直径Dの二乗の代わりに回転半径Rの二乗を使ってはずみ車効果を示すものです。
したがってGD^2とWR^2の間には$GD^2 = 4 \cdot W \cdot R^2$の関係になります。
EMTPでロータのはずみ車効果の入力(HICO値の入力)はこのWR^2で行うことになっています。
(根拠はSee Rule book Rb-080 Class 4 S.M. Data Cards.)

このWR^2はDefaultでは$Million\ pound \cdot feet^2$の単位で入力するようになっていますが、
もし、Class 3 SM data cardの7カラム目に1のフラッグを立てれば (=7カラム目に1を入力すれば) WR^2の単位 $Kg \cdot m^2 \times 10^{-6}$ $(= Million\ Kg \cdot m^2)$で入力することもできます。(根拠はSee Rulebook Rb-080-LEC Class 4 SM data cards)

4) **慣性モーメント$I(Kg \cdot m^2)$と$GD^2(Kgf \cdot m^2)$ 間の換算 (その1)**

回転体の重量Gが重量キログラム(記号: Kgf)で表わされていれば、
1Kgf は質量 1(Kg)が標準重力加速度のもとで受ける重力の大きさであるので、重量値$G\ (Kgf)$と質量値$M(Kg)$は同じ値になるので、(54)式の重量Gを(57)式の質量M で置き換え、且つ、$D = 2 \cdot R$ですから、はずみ車効果$GD^2(Kgf \cdot m^2)$は

$$GD^2 = M \cdot (2 \cdot R)^2 = 4 \cdot M \cdot R^2 \qquad (55)$$

となります。
(55)式の$M \cdot R^2(Kg \cdot m^2)$ の部分は、慣性モーメントIですから、はずみ車効果$GD^2(Kgf \cdot m^2)$と慣性モーメント$I(Kg \cdot m^2)$の間の換算式は次のようになります。

$$GD^2(Kgf \cdot m^2) = 4 \cdot I(\text{または}J) \qquad (56)$$

5) **慣性モーメント$I(Kg \cdot m^2)$と$GD^2(N \cdot m^2)$ 間の換算 (その2)**

もし、はずみ車効果GD^2の単位が$(N \cdot m^2)$で表現されていれば慣性モーメントとはずみ車効果の間の換算は以下のようになります。

重力$G(N)$と質量$M(Kg)$の間には次式の関係があるので、

$$G(N) = g \cdot M \qquad (57)$$

この関係をはずみ車効果の(54)式に入れて、

$$GD^2 = g \cdot M \cdot (2 \cdot R)^2 = 4 \cdot g \cdot M \cdot R^2 = 4 \cdot g \cdot I(\text{又は}J) \qquad (58)$$

となるので、この式を使い、$GD^2(N \cdot m^2)$と慣性モーメントI(又はJ) $(Kg \cdot m^2)$間を換算することができます。

3. 蓄積エネルギー定数 H、加速定数 T_j、単位慣性定数 H、単位慣性定数 M

原動機と発電機を合わせた慣性効果の大きさを表現するのに上記の各種定数が使用されています。
これらの定数の定義と単位について以下に解説します。

1) 蓄積エネルギー定数 H

この蓄積エネルギー定数は記号 H で表されます。
この蓄積エネルギー定数 H は JEC-2100-2008 の「回転電気機械一般」及び JEC2130-2000 の「同期機」で次のように定義されています。また電気工学ハンドブック第 6 版にも蓄積エネルギーに関して同じ内容の記述がされています。

蓄積エネルギー定数 H とは「定格回転速度で運転中の回転子に蓄えられた運動エネルギーと定格皮相電力との比」であるとし、蓄積エネルギー定数 H の式として次式が示されています。

$$H = \underbrace{\frac{J \cdot \omega^2}{2}}_{\text{回転体運動エネルギー}} \cdot \frac{1}{S_n} \times 10^{-3} \quad (s) \qquad (59)$$

(59)式の各記号の意味と単位は次のとおりです。

J: 慣性モーメント $(Kg \cdot m^2)$

慣性モーメントは回転運動の変化(回りだす、回転運動の変化のしにくさを表す量で質量を W , 等価回転半径を R とすれば

$$J = W \cdot R^2 \ (Kg \cdot m^2) \qquad (60)$$

ω: 定格回転角速度 (rad / s)

S_n: 定格皮相電力 (KVA)

(59)式で留意すべき点は次のとおりです。

(1) 発電機、原動機からなる多質点系の合成慣性モーメント J は、
$J = \sum_i m_i \cdot r_i^2$ となるので発電機、原動機の慣性モーメントの和として求められます。また発電機、原動機が複数のロータ質量から成り立つ場合の合成慣性モーメントは個々の質量の慣性モーメントの和として求められます。
慣性慣性モーメント J は I で表記される慣性モーメントと同じものです。

(2) 定格回転角速度の ω は回転体の運動エネルギーを求めるためのものですから電気的角速度では無く、機械的角速度(実際の回転角速度)です。

(3) $\times 10^{-3}$ の係数が乗じられている理由は次のとおりです。
分子の単位はエネルギーなので $W \cdot s$ となり、一方分母は KVA でキロ(K)の単位のため、分子もキロの単位にするため $\times 10^{-3}$ が乗じられています。

(4) 蓄積エネルギー定数の定義である「定格回転速度で運転中の回転子に蓄えられた運動エネルギーと定格皮相電力との比」の意味は言い換えれば、定格回転速度で運転中の回転体系が保有する運動エネルギーが定格皮相電力と数値的に等しい出力の何秒分に相当するかを表しています。

(5) 蓄積エネルギー定数 H の単位が s (秒)になる理由は次のとおりです。
ω: 定格回転角速度の単位は (rad / s) ですが rad. そのものは無名数ですから、角速度の単位は

$$\frac{1}{s} \qquad (61)$$

となります。

(60)及び(61)式を(59)式の回転蓄積エネルギー部分 $\dfrac{J\cdot\omega^2}{2}$ に入れると、回転蓄積エネルギー部分の単位は

$K_g\cdot m^2/s^2$　　(62)　　となります。

(62)式は次のように変形できます。

$$K_g\cdot m^2/s^2=\left(\frac{K_g\cdot m}{s^2}\right)\cdot m \qquad (63)$$

この(63)式の右辺の(　)内は N(ニュートン) の単位ですから(63)式の回転体蓄積エネルギー部 $\dfrac{J\cdot\omega^2}{2}$ の単位は $\times 10^{-3}$ の係数を考慮して

$N\cdot m\times 10^{-3}=KJ=KW\cdot s$　　(64)　　となります。

次に定格皮相 KVA の値で除することは定格皮相 KVA と数値的に等しい出力(KW)で除する意味なので(59)式の蓄積エネルギー定数 H の単位は

$\dfrac{KW\cdot s}{KW}=s$　　(65)　　となり(59)式の単位 s と合致します。

次に(59)式の蓄積エネルギー定数 H を慣性モーメント J と定格角速度 ω で表す代わりに、実用的な GD^2 と毎分の定格回転数 n で表しておきます。
慣性モーメント J と GD^2 の関係は回転体の質量(または重量)を $W(Kg)$、回転半径を $R\ (m)$ とすれば、回転直径を D とすれば、

$$J=W\cdot R^2 \quad \left(Kg\cdot m^2\right) \qquad (66)$$

$$GD^2=W\cdot(2\cdot R)^2 \quad \left(Kg\cdot m^2\right) \qquad (67)$$

の関係式になるので (66), (67)式から JとGD^2 の関係式は

$J=\dfrac{GD^2}{4}\quad\left(Kg\cdot m^2\right)$　　(68)　　となります。

また定格回転角速度 ω と毎分の定格回転数 n との関係式は

$\omega=\dfrac{n}{60}\cdot 2\cdot\pi\quad(rad/s)$　　(69)　　です。

(68), (69)式を(59)式に代入して、次の GD^2 と毎分の定格回転数 n で表わした蓄積エネルギー定数の式を得ます。

$$H=\frac{GD^2}{4}\cdot\left(\frac{n}{60}\cdot 2\cdot\pi\right)^2\times 10^{-3}\Big/(2\cdot S_n)=1.3708\times 10^{-6}\cdot GD^2\cdot n^2/S_n \quad (s) \qquad (70)$$

ここで各記号の意味と単位は次のとおりです。

GD^2 :　はずみ車効果　$\left(Kg\cdot m^2\right)$

n :　定格同期回転数　(rpm)

S_n :　　定格皮相電力　　(KVA)

2) 加速定数 Tj

この加速定数は記号T_jで表されます。

この加速定数H　は JEC-2100-2008 の「回転電気機械一般」及び JEC2130-2000 の「同期機」で次のように定義されています。また電気工学ハンドブック第 6 版にも加速定数に関して同様な内容が記述されています。

加速定数　T_jは次の内容です。

定格速度において定格出力に対応する一定の加速トルクで回転子を静止状態から定格速度まで加速するのに要する時間を言い、加速定数T_jは次式で表され内容です。

$$T_j = \frac{J \cdot \omega^2}{P_n} \times 10^{-3} \quad (s) \qquad (71)$$

ここで

J : 慣性モーメント$(Kg \cdot m^2)$

P_n :　定格出力(KW)

ω :　定格回転角速度(rad/s)

(71)式の留意点は次のとおりです。

(1) 分母は定格皮相出力(KVA)では無く、定格出力の KW ですから定格皮相出力 KVA×定格力率として求められる定格有効出力(KW)値で入力します。

(2) 加速定数も慣性の大きさを表す一種の定数です。

(3) 加速定数の単位がs(秒)　になることは上記 5)項と同じ理由から明らかでしょう。

次に(71)式の加速定数T_jを慣性モーメントJと定格角速度ωの代わりに、GD^2 $(Kg \cdot m^2)$と毎分の定格回転数n (rpm)で(71)式を表すと、上記(68)、(69)の関係式を(71)式に代入して次式が得られます。

$$T_j = \frac{2.74155 \cdot GD^2 \cdot n^2}{P_n} \cdot 10^{-6} \qquad (72)$$

ここで各記号の意味と単位は次のとおりです。

GD^2 :　　はずみ車効果　　$(Kg \cdot m^2)$

n :　　定格同期回転数　　(rpm)

P_n :　　定格出力電力=定格皮相出力 KVA×定格力率　　(KW)

3) 単位慣性定数 (per unit inertia constant)

単位慣性定数の記号は、1 項で述べた蓄積エネルギー定数と同じ H で表わされます。

この単位慣性定数については更にややこしいことに3.1，3.2項に示すように定義式が二つあって混用されています。これらの定義式の H の値に２倍の開きがあるので、単位慣性定数または単位慣性定数 H として値が与えられた場合は、自明の場合を除き下記の(73)，(74)式のいずれで算出されたか確認が必要です。

3.1) 単位慣性定数の定義式 その 1

次の(73)式で定義される単位慣性定数 H です。
この定義式は(59)式の蓄積エネルギー定数の式と同じです。
つまり、

$$H=\frac{\text{回転体蓄積エネルギー}}{\text{定格皮相}KVA\ S_n}=\underbrace{\frac{J\cdot\omega^2}{2}}_{\text{回転体運動エネルギー}}\cdot\frac{1}{S_n}\times10^{-3}\quad(s)=1.3708\times10^{-6}\cdot GD^2\cdot n^2/S_n\qquad(s)\tag{73}$$

(73)式の各記号の意味と単位は次のとおりです。

J :	慣性モーメント	$(Kg\cdot m^2)$
ω :	定格回転角速度	(rad/s)
S_n :	定格皮相電力	(KVA)
GD^2 :	はずみ車効果	$(Kg\cdot m^2)$
n :	定格同期回転数	(rpm)
S_n :	定格皮相電力	(KVA)

なお、単位慣性定数 H の単位は一般に(73)式のごとく s(秒)で表されますが場合によっては(73)式の定格皮相 KVA の値で除することを文字どおりにとらえて単位慣性定数の単位を
$KW\cdot s/KVA$ と表記する場合もあります。

3.2) 単位慣性定数の定義式　その 2

この単位慣性
定数は M （または H ）とも表記され、定義式は(74)式のものです。
この単位慣性定数 M （または H ）は加速定数の式に近い形になっています。(加速定数では分母は定格皮相電力 (KVA) では無く、定格皮相電力 (KVA) ×定格力率=有効電力 KW です。)

$$M=H=\frac{2\cdot(\text{回転部の蓄積している運動エネルギー}(KW\cdot s))}{\text{定格皮相電力}S_n\ (KVA)}=\frac{2\cdot\left(\frac{J\cdot\omega^2}{2}\right)\cdot10^{-3}}{S_n}$$

$$=\frac{\frac{GD^2}{4}\cdot\left(\frac{n}{60}\cdot2\cdot\pi\right)^2\cdot10^{-3}}{S_n}=\frac{2.741556\cdot GD^2\cdot n^2\times10^{-6}}{S_n}\quad(s)\tag{74}$$

(74)式の各記号の意味と単位は次のとおりです。

J :	慣性モーメント	$(Kg\cdot m^2)$
ω :	定格回転角速度	(rad/s)

S_n :　定格皮相電力　(KVA)
GD^2 :　はずみ車効果　$(Kg \cdot m^2)$
n :　定格同期回転数　(rpm)

3.3) 単位慣性定数 H についての留意点

(73),(74)式を比較すれば明らかに、

(74)式の単位慣性定数 M（または H としても表される)=2×{(73)式の単位慣性定数 H 又は(59)式の蓄積エネルギー定数 H }

の関係になります。

3.4) ご参考

(1) M で表される量

この 3.項の単位慣性定数の M と、(75)式に示す安定度の動揺方程式中で「慣性定数」として使われる M とは別物です。

$$M \cdot \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \qquad (75)$$

(75)式の M は慣性定数と呼ばれ次の量を指します。

$$M = J \cdot \omega \qquad (76)$$

(75)式のその他の記号の意味は次のとおりです。

δ_m： ロータ上に取った基準軸に対するロータの相対な回転角度
P_a： 加速パワー(KW)
P_m： 原動機からの機械的軸入力(KW)
P_e： 電気的出力パワー(KW)

つまり動揺方程式の慣性定数 M（inertia constant)は角運動量(Angular momentum)を示すもので上記 3.2 項の単位慣性定数 M とは内容が異なります。

慣性定数 M（inertia constant)(又は角運動量(Angular momentum))と 3.2 項の単位慣性定数 M とは別物であることは(74)式と(76)式を比較すればわかります。

(2) 単位慣性定数 H という用語について

現在は回転体の慣性効果を表すものとして JEC-2100-2008 の「回転電気機械一般」及び JEC2130-2000 の「同期機」では蓄積エネルギー定数 H と加速定数 T_j のみを定義しており、単位慣性定数 H についての記載はありません。電気工学ハンドブックにおいても同様です。

4. 同機発電機回転子の運動(動揺)方程式

回転子の慣性モーメントを　I
回転子に蓄えられる運動エネルギーを　$E(J)$
回転子機械的な角速度を　$\omega_m(rad/s)$
回転子の機械的な回転位置を　$\theta_m(rad)$
時間　$t(s)$

とすると、この回転子に蓄えられている運動エネルギーは(49)式より

$$E=\frac{1}{2}I\cdot\omega^2 \qquad (\mathrm{J}) \qquad (49)$$

なお、ω_m、θ_m は機械的な角速度と回転角度で、電気的なものでは無いことを示すためにサフィックス m をつけています。機械的角度(以下、機械角度と称します)と電気的な角度(電気角度と称します)については「5. 電気角度、機械角度の間の関係式」を参照願います。

(49)式の両辺を t で微分すれば

$$\frac{dE}{dt}=\frac{1}{2}I\cdot\frac{d(\omega)^2}{dt} \qquad (77)$$

(77)式の $\frac{dE}{dt}$ は

$$\frac{dE}{dt}=\frac{dE}{d\omega}\cdot\frac{d\omega}{dt} \qquad (78)$$

(78)の微分は

$$\frac{dE}{dt}=\frac{dE}{d\omega}\cdot\frac{d\omega}{dt}=\left(\frac{1}{2}I\cdot 2\cdot\omega\right)\cdot\frac{d\omega}{dt} \qquad (79)$$

(79)式のエネルギーの時間微分 $\frac{dE}{dt}$ は動力 p (w)になり、また $\frac{d\omega}{dt}$ は(12)式から

$\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta_m}{dt^2}$　(rad/s^2)　なので、これらを(79)式に入れて(80)式が得られます。

$$p=I\cdot\omega\frac{d^2\theta_m}{dt^2} \qquad (80)$$

(80)式を変形し、

$$\frac{p}{\omega}=I\frac{d^2\theta_m}{dt^2} \qquad (81)$$

とすれば(6)式から $\frac{p}{\omega}=T$ (トルク)となるので、(81)式は(82)式になります。

$$T=I\frac{d^2\theta_m}{dt^2} \qquad (82)$$

ここでトルク T は

$$T=T_m-T_e \qquad (83)$$

となります。

ここで T_m、T_e は次の意味です。

T_m： 原動機から回転子に与えられる機械的入力トルク
T_e： 発電機の電気出力による回転子へのトルク

ここで

$T_m > T_e$　の時は T は加速トルクとなり、
$T_m < T_e$　の時は T は減速トルクとなます。

(83)式を(82)式に入れて(84)式が得られます。

$$I\frac{d^2\theta_m}{dt^2}=T_m-T_e \qquad (84)$$

ここで回転子の機械角度θ_mは同期角速度をω_s、また外乱発生前の $t=0$のロータの回転角度をδ_mとすれば、θ_mは次のように表せます。

$$\theta_m=\omega_s\cdot t+\delta_m \qquad (85)$$

(85)式を微分すると機械角速度ω_mは

$$\omega_m=\frac{d\theta_m}{dt}=\omega_s+\frac{d\delta_m}{dt} \qquad (86)$$

(86)式を更に時間で微分すると(87)式の機械角加速度になります。

$$\frac{d\omega_m}{dt}=\frac{d^2\theta_m}{dt^2}=\frac{d^2\delta_m}{dt^2} \qquad (87)$$

(87)式を(84)式に入れれば

$$I\frac{d^2\delta_m}{dt^2}=T_m-T_e \qquad (88)$$

(88)式が回転子の運動方程式又は動揺方程式と呼ばれる式です。

さてこの式にダンピングによるトルク分を$D\frac{d\delta_m}{dt}$とし、角変位に比例するトルク分を$K\cdot\delta_m$としてこれらの影響を加味したモデルの運動方程式は次式になります。

$$I\frac{d^2\delta_m}{dt^2}+D\frac{d\delta_m}{dt}+K\cdot\delta_m=T_m-T_e \qquad (89)$$

しかしながら本稿ではモデルを単純化して(88)式を基に話を進めます。

(88)式の両辺に回転子の角速度ω_mを乗じると、

$$I\cdot\omega_m\frac{d^2\delta_m}{dt^2}=\omega_m\cdot T_m-\omega_m\cdot T_e \qquad (90)$$

(90)式の$I\cdot\omega_m$は慣性定数と呼ばれ、通常Mで表されます(3. 2)のMとは別物です。ややこしいですね。ご注意ください)。

(90)式の右辺は角速度とトルクの積ですからこれは動力pになるので、(90)式は(91)式になります。

$$M\frac{d^2\delta_m}{dt^2}=p_m-p_e \qquad (91)$$

p_m ： $=\omega_m\cdot T_m$であり原動機から回転子へ注入される動力

p_e ： $=\omega_m\cdot T_e$であり、発電機の回転子にかかる電気的出力に相当する動力

次に(91)式の動揺方程式の機械角度を電気角、又は電気角速度で表現するとどうなるか述べます
また p.u.値(per unit 値)表現にしてみます。

機械角度と電気角度間には「5. 電気角度、機械角度の間の関係式」で述べる関係があります。
(100)式から機械角度を電気角度で表せば

$$\delta_m=2\cdot\delta_e/P \qquad (92)$$

Pは磁極数です。

(91)式の δ_mを(92)式で置き換えて、

$$\frac{2 \cdot M}{P} \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} = p_m - p_e \qquad (93)$$

この(93)式の動揺方程式を p. u. 値表現にするために両辺を基準容量 S_B (皮相電力) で除して

$$\frac{2 \cdot M}{P \cdot S_B} \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} = \frac{p_m - p_e}{S_B} \qquad (94)$$

回転子に蓄えられる運動エネルギーは(49)式から

$$E = \frac{1}{2} I \omega_m{}^2 = \frac{1}{2} M \cdot \omega_m \qquad (\mathrm{J}) \qquad (95)$$

保有しているエネルギーが定格容量 S_B の何秒分に相当するかを単位慣性定数 H と言います。
ω_m は機械的な角速度です。これについては 5. 項を参照ください。

したがって、

$$H = \frac{E}{S_B} \qquad (s) \qquad (96)$$

(95)式より、

$$M = \frac{2 \cdot E}{\omega_m} \qquad (97)$$

(96)、(97)式を(94)式に入れて

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot H}{P \cdot \omega_m} \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} = \frac{p_m - p_e}{S_B} = p_m(p.u.) - p_e(p.u.) \qquad (98)$$

(98)式の ω_m を電気角速度で表せば後述の(101)式から $\omega_m = \omega_e \cdot \dfrac{2}{p}$ であるから、これを(98)式に入れて、電気角で表したロータ位置、電気角速度、p. u. 値表現した運動方程式(又は動揺方程式)は次のようになります。

$$\frac{2 \cdot H}{\omega_e} \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} = p_m(p.u.) - p_e(p.u.) \qquad (99)$$

5. 電気角度、機械角度の間の関係式

回転機の極数をP極(P=2,4,6,8･･･)の時の電気角度と機械角度の換算は次式で行えます。

機械角度=電気角度/(P/2)　　　　　　　　　　　　　(100)

同様に、機械的角速度と電気的な角速度についても

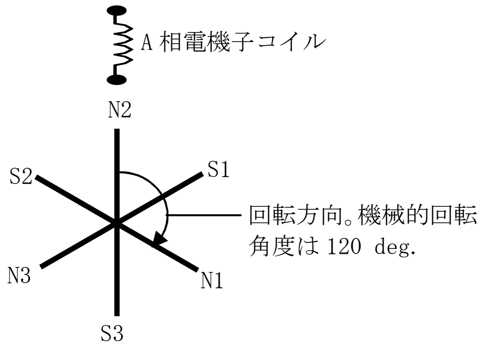
機械角速度=電気角速度/(P/2)　　　　　　　　　　　(101)

例

6極機のA相電機子コイルの位置に最初にN1極がある状態からロータが回転してS1極を通過し次のN2極が来た時、A相電機子コイルには1 cycleの誘起電圧が発生します。

この時ロータが回転してS1がA相電機子コイルの位置になったら電気的な回転角度は180 deg.でさらに回転してN2がA相電機子コイルの位置になったら更に180 deg.で合計の回転角度は360 deg.（又は$2\cdot\pi(rad.)$）です。

一方、この時の実際の機械的な回転角度は下図から明らかなように360 deg.を3 (= P/2)等分した角度120° $=(2\cdot\pi/3)$となり、(21)式の関係になることがわかります。



6. バネ定数

EMTPで原動機、発電機の軸系を多質点系で模擬する時、電力動揺が発生する時、軸系には軸ねじれが発生します。この軸ねじれを模擬するためにバネを介して各質点を連結します。

このバネのバネ定数は継ぎ手部分の軸のバネ定数を指定します。

EMTPではバネ定数の入力単位はdefault状態で $Million\ pound\cdot feet/rad$ ですが、もし、Class 3 SM data cardの7カラム目に1のフラッグを立てれば (=7カラム目に1を入力すれば)バネ定数の単位は$N\cdot m\times10^{-6}$/radian$(=Million\ N\cdot m/rad)$で入力することもできます。

See　rule book Rb-080-LEC、Class 3 SM data card。

なお、rule book Rb-080のClass 3 SM data cardの説明中では、この入力単位に関する記載が欠落しています。

このバネ定数は同期機のClass 4 S.M. Data Cards中のHSPの部分に入力します。